

الصف الثالث الإعدادي

الترم الثاني

مراجعة نهائية



في

الهندسة



www.Cryp2Day.com

موقع مذكرات جاهزة للطباعة

إعداد وتصميم

محمود عوض

معلم أول رياضيات

01202560239

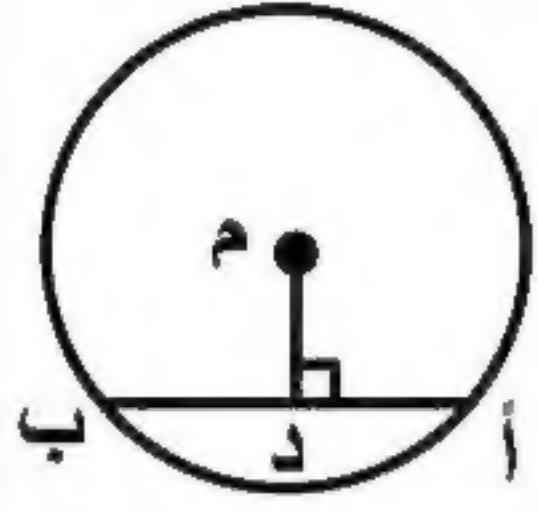


السادة المعلمين الراغبين في كتابات بياناتهم على الملازم
عليهم بالتواصل على واتساب رقم ٠١٢٠٢٥٦٠٢٣٩



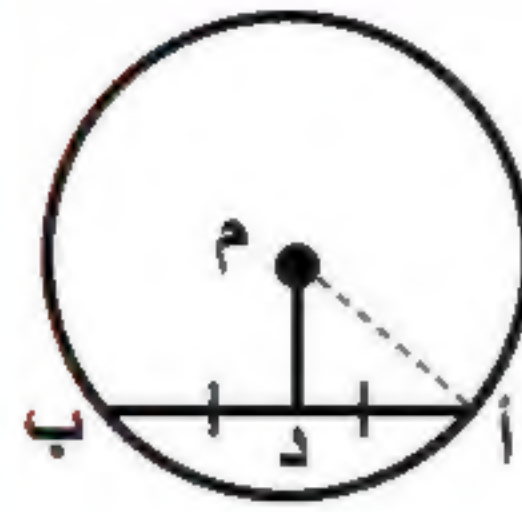
مفاهيم أساسية

المستقيم المار بمركز الدائرة وعمودياً على أي وتر فيها ينصف هذا الوتر



∴ $MD \perp AB$
∴ D منتصف AB
∴ $AD = DB$

المستقيم المار بمركز الدائرة ويمتصّف أي وتر فيها يكون عمودياً على هذا الوتر



∴ D منتصف الوتر AB
∴ $MD \perp AB$
∴ $\angle C(MD)A = 90^\circ$

أنصاف الأقطار في الدائرة
الواحدة متساوية في الطول



∴ MA = MB
∴ MA = MC
أي أن:
 $\angle C(MD)A = \angle C(MD)B$

أوضاع مستقيم بالنسبة لدائرة

إذا كانت M دائرة طول نصف قطرها نق ، أنقطة و المستقيم فإن المستقيم يكون :

مماس
إذا كان : $M = A = \text{نق}$

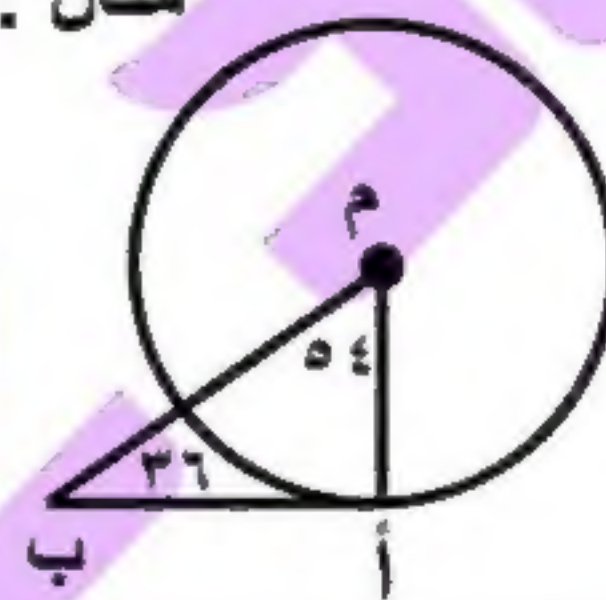
قاطع
إذا كان : $M > \text{نق}$

خارج الدائرة
إذا كان : $M < \text{نق}$

لإثبات أن المستقيم مماس

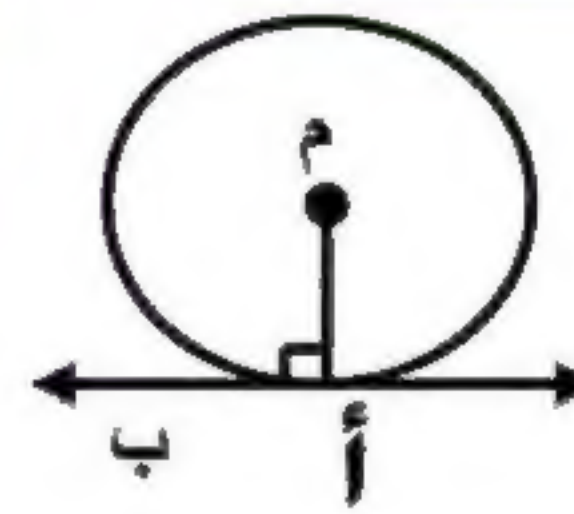
هنثبت أن الزاوية التي بينه وبين نصف القطر قياسها 90°

مثال : اثبت أن AB مماس



في $\triangle MAB$:
 $\angle C(MA)B = 180^\circ - (36^\circ + 54^\circ)$
 $90^\circ = 180^\circ - 90^\circ$
∴ AB مماس

المماس عمودى على نصف القطر



∴ AB مماس ، M أنصف قطر
∴ $MA \perp AB$
∴ $\angle C(MA)B = 90^\circ$

أوضاع دائرة بالنسبة لدائرة

إذا كانت M ، ن دائرتان طولاً نصفى قطريهما نق₁ ، نق₂ ، م ن خط المركزين فإن الدائرتان يكونان :

متحدتان المركز
إذا كان :
م ن = صفر

متداخلتان
إذا كان :
م ن > نق₁ - نق₂

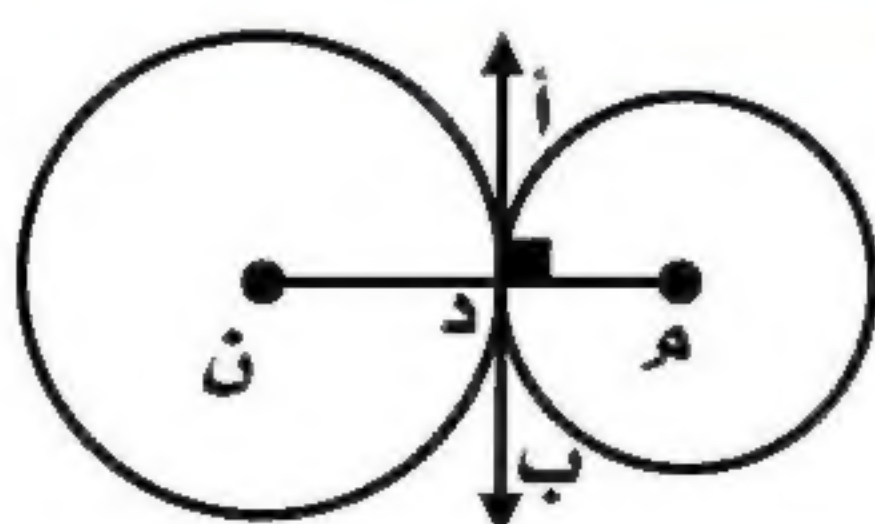
متباعدتان
إذا كان :
م ن < نق₁ + نق₂

متقاطعتان
إذا كان :
نق₁ - نق₂ < م ن < نق₁ + نق₂

متماستان من الداخل
إذا كان :
م ن = نق₁ - نق₂

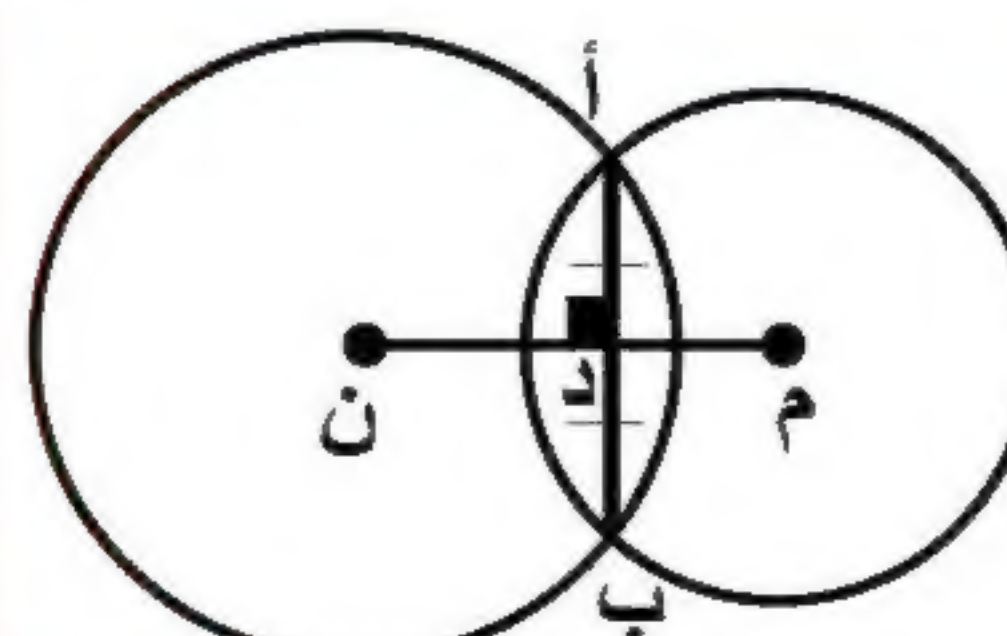
متماستان من الخارج
إذا كان :
م ن = نق₁ + نق₂

خط المركزين عمودى على المماس المشترك



∴ AB مماس مشترك ،
م ن خط المركزين
∴ $MN \perp AB$

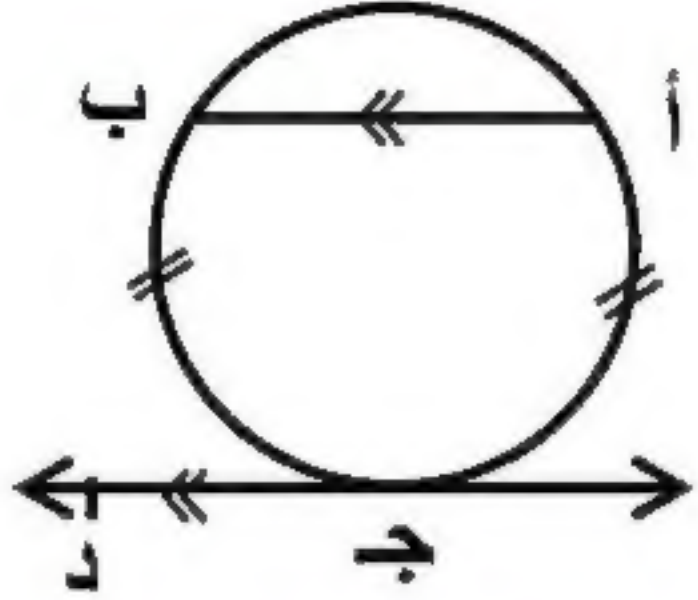
خط المركزين عمودى على الوتر المشترك وينصفه



∴ AB وتر مشترك ،
م ن خط المركزين
∴ $MN \perp AB$
∴ $\angle C(MD)A = 90^\circ$ ،
م ن ينصف AB

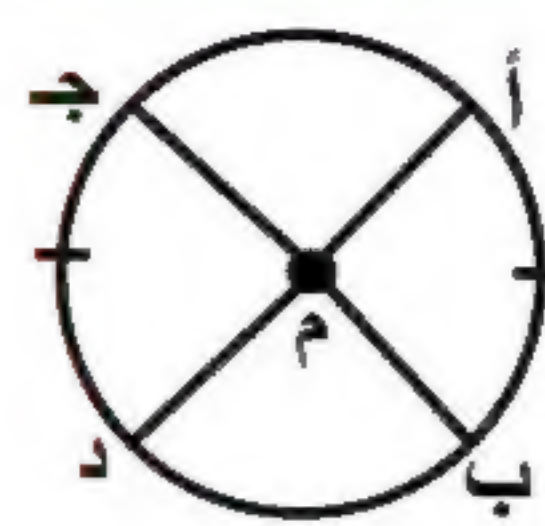
الأقواس المتساوية

الوتر والمماس المتوازيان يحصران قوسان متساويان



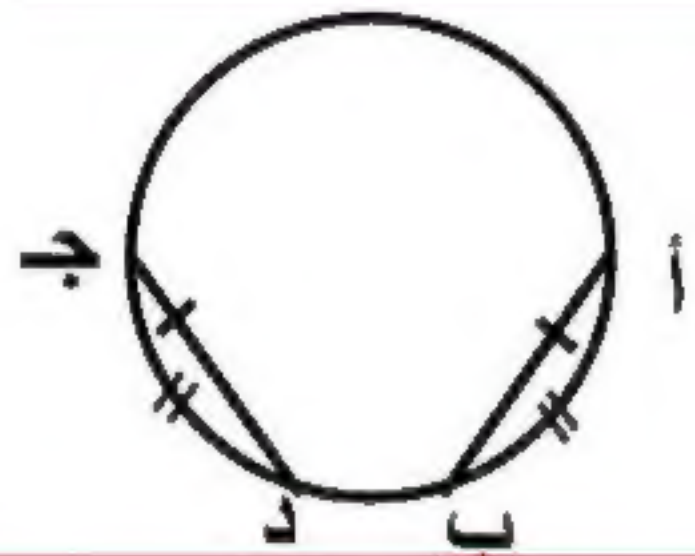
إذا كان $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$
 فإن $\widehat{C} = \widehat{D}$

الأقواس المتساوية في القياس متساوية في الطول والعكس صحيح



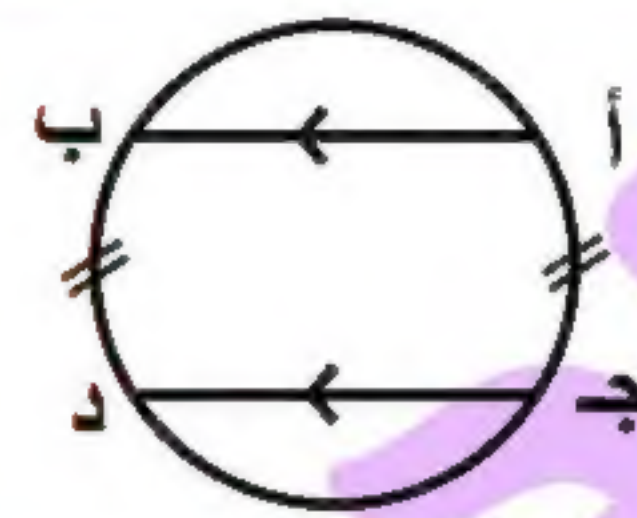
إذا كان $\widehat{C} = \widehat{D}$
 فإن: طول \overline{AB} = طول \overline{CD}
 والعكس صحيح

الأوتار المتساوية في الطول أقواسها متساوية في القياس



إذا كان $\overline{AB} = \overline{CD}$
 فإن: $\widehat{C} = \widehat{D}$
 والعكس صحيح

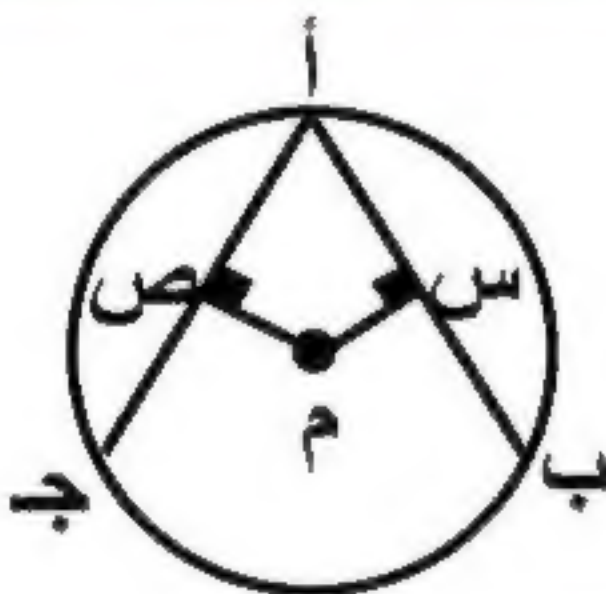
الوتران المتوازيان يحصران بينهما قوسان متساويان



إذا كان $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$
 فإن $\widehat{C} = \widehat{D}$

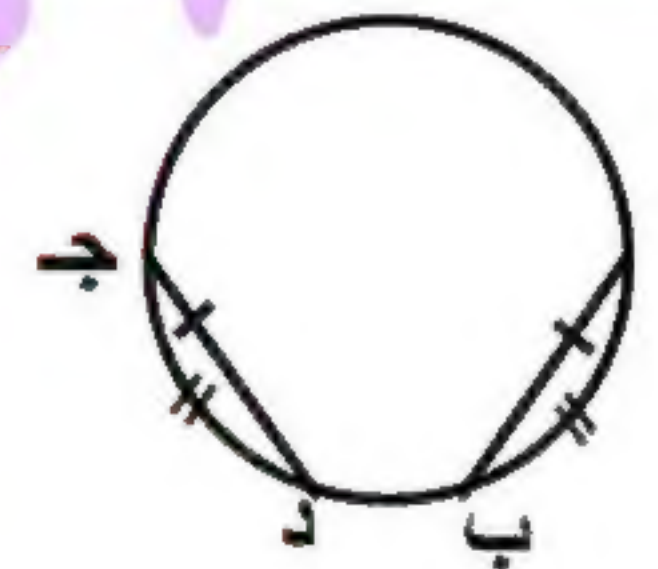
الأوتار المتساوية

الأوتار المتساوية في الطول أبعادها متساوية في الطول



$\therefore \overline{AB} = \overline{CD}$ (أوتار متساوية)
 $\therefore \text{مس} = \text{مس}$ (أبعاد متساوية)
 والعكس صحيح

الأوتار المتساوية في الطول أقواسها متساوية في القياس

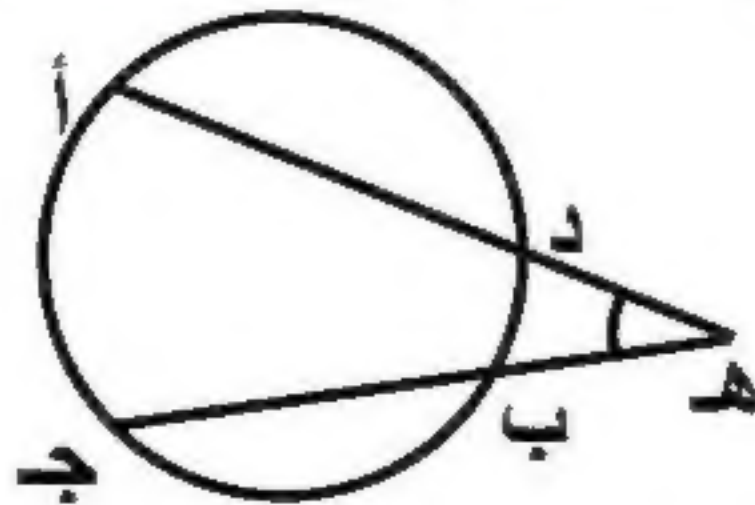


إذا كان $\overline{AB} = \overline{CD}$
 فإن: $\widehat{C} = \widehat{D}$
 والعكس صحيح

❖ لو عندك وترين متساويين : استنتج ان البعدين متساويين والعكس.
 ❖ ولو طلب منك تثبت ان وترين متساويين : حاول تثبت ان البعدين متساويين والعكس.

تمرين مشهور ٢

هنا نستخدمه لو عندنا وترين متقاطعين خارج الدائرة



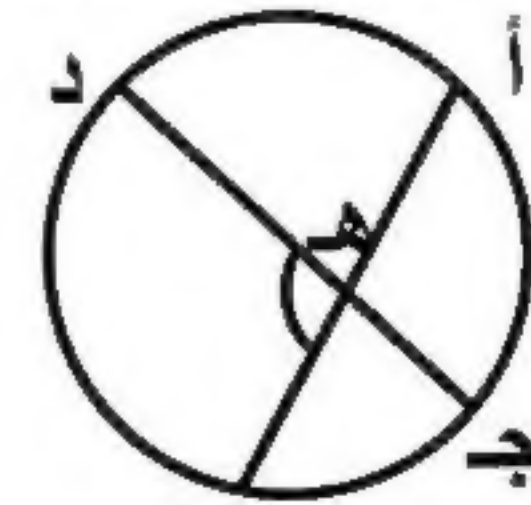
$$\widehat{C} = \widehat{D} = \frac{1}{2} [\widehat{A} - \widehat{B}]$$

$$\widehat{C} = \widehat{D} = \frac{1}{2} [\widehat{A} - \widehat{B}]$$

$$\widehat{C} = \widehat{D} = \frac{1}{2} [\widehat{A} - \widehat{B}]$$

تمرين مشهور ١

هنا نستخدمه لو عندنا وترين متقاطعين داخل الدائرة



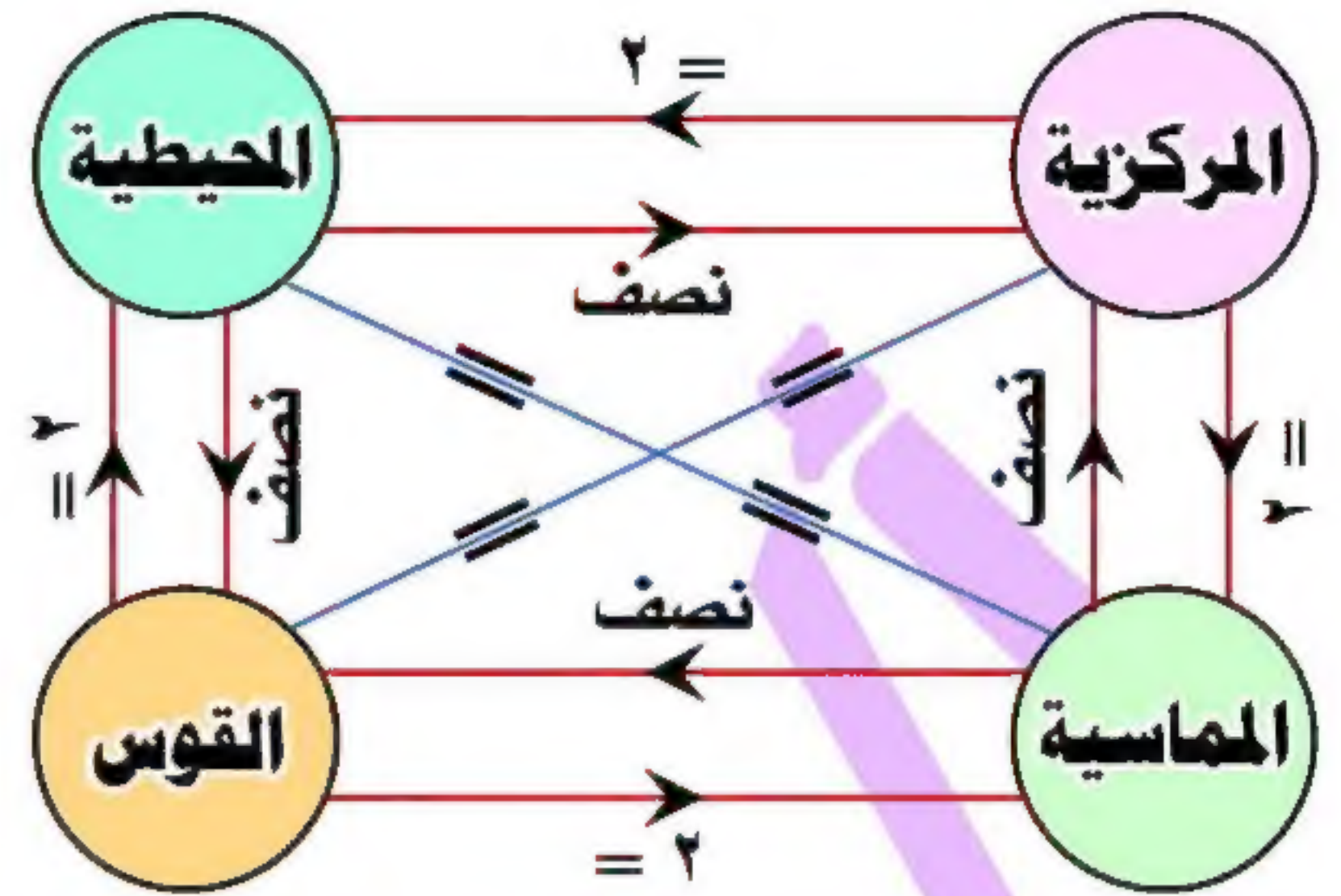
$$\widehat{C} = \widehat{D} = \frac{1}{2} [\widehat{A} + \widehat{B}]$$

$$\widehat{C} = \widehat{D} = \frac{1}{2} [\widehat{A} + \widehat{B}]$$

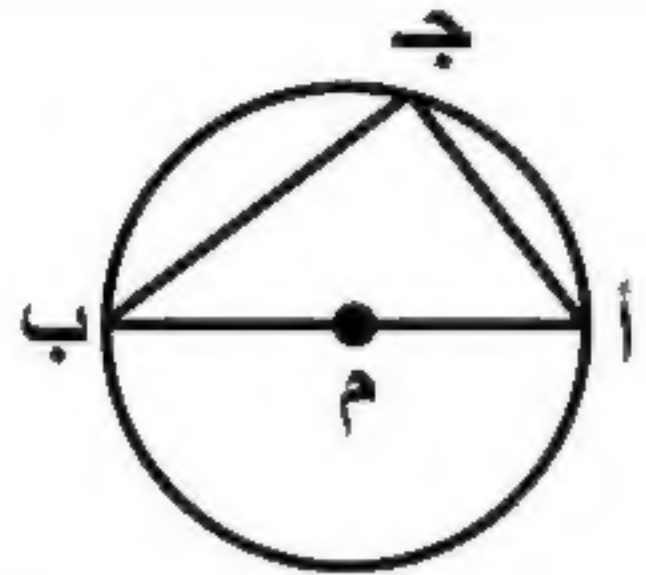
$$\widehat{C} = \widehat{D} = \frac{1}{2} [\widehat{A} + \widehat{B}]$$

◆ المحيطية = المماسية = $\frac{1}{2}$ المركزية = $\frac{1}{2}$ القوس

◆ المركزية = القوس = $\frac{1}{2}$ المحيطية = $\frac{1}{2}$ المماسية



قياس الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة = 90°



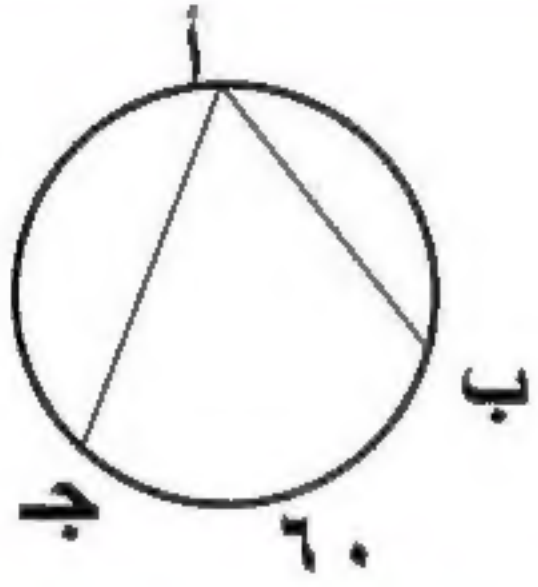
∴ \widehat{AB} قطر
∴ ق (أ ج ب) المحيطية = 90°
أي أن \triangle أ ج ب قائم

قياس الزاوية المركزية = قياس القوس المقابل لها



∴ ق (أ ب) = 80°
∴ ق (م) المركزية = 80°

قياس الزاوية المحيطية = $\frac{1}{2}$ قياس القوس المقابل لها



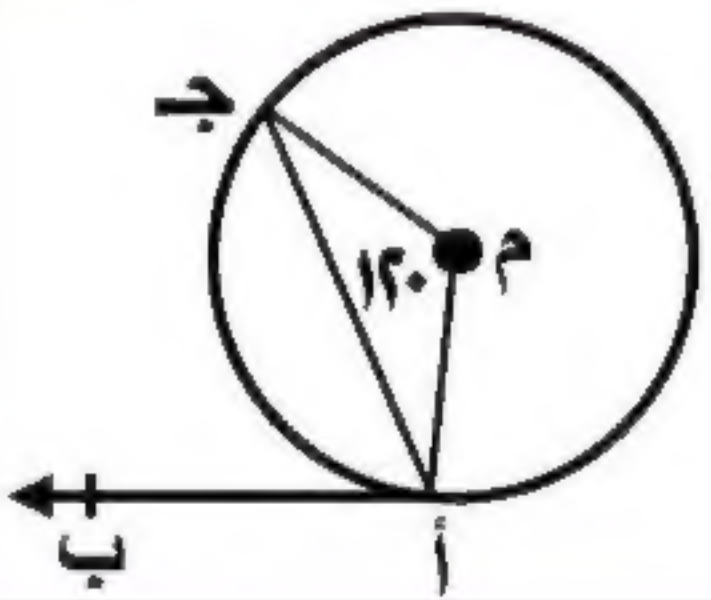
∴ ق (ب ج) = 30°
∴ ق (ب أ ج) المحيطية = 30°

قياس المحيطية = $\frac{1}{2}$ قياس المركزية (متركة معها في القوس)



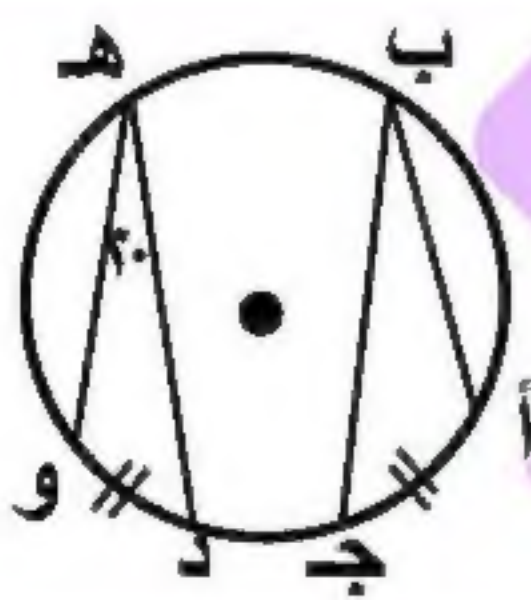
ق (ج) المحيطية = $\frac{1}{2}$ ق (أ ب) المركزية
ق (ج) = 55°

قياس المماسية = $\frac{1}{2}$ قياس المركزية (متركة معها في القوس)



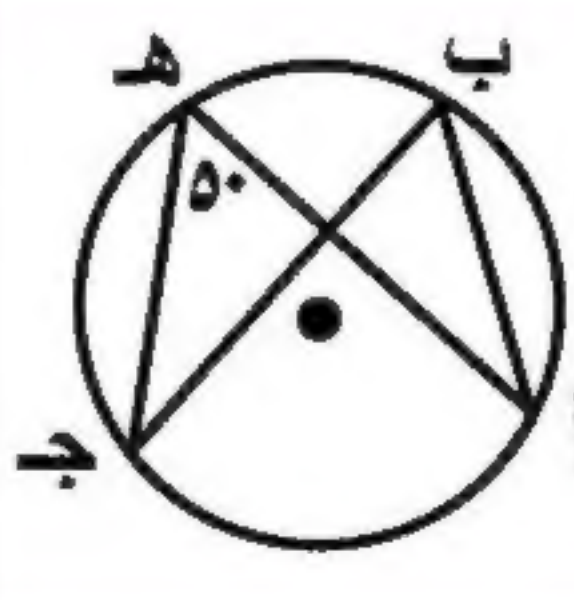
ق (ج أ ب) المماسية = $\frac{1}{2}$ ق (أ م ج) المركزية
∴ ق (ج أ ب) = 60°

قياس المحيطية = قياس المحيطية (متركة معها في القوس)



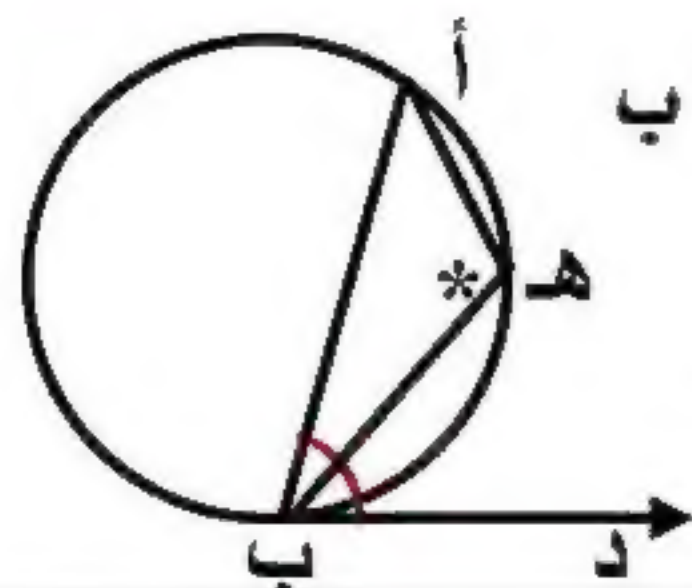
∴ ق (أ ج) = ق (د و)
∴ ق (ب) = ق (هـ) = 20°

قياس المحيطية = قياس المحيطية (متركة معها في القوس)



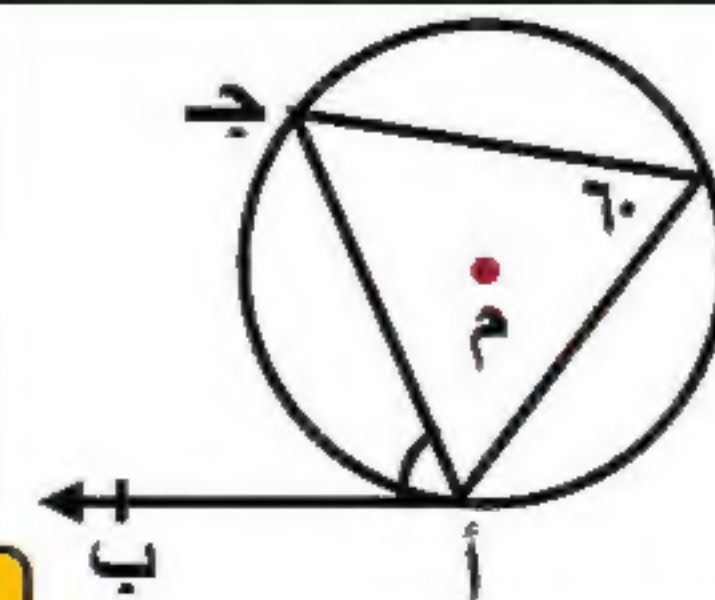
ق (ب) = ق (هـ) = 50°
لأنهما محيطيتان مشتركتان
في القوس أ ج

الزاوية المماسية تكمل الزاوية المحيطية المرسومة
على وتر الزاوية المماسية وفي جهة واحدة منها



∴ \triangle أ هـ ب محيطية مرسومة على أ ب
∴ \triangle أ ب د مماسية
∴ ق (أ ب د) + ق (أ هـ ب) = 180°

قياس المحيطية = قياس المماسية (متركة معها في القوس)

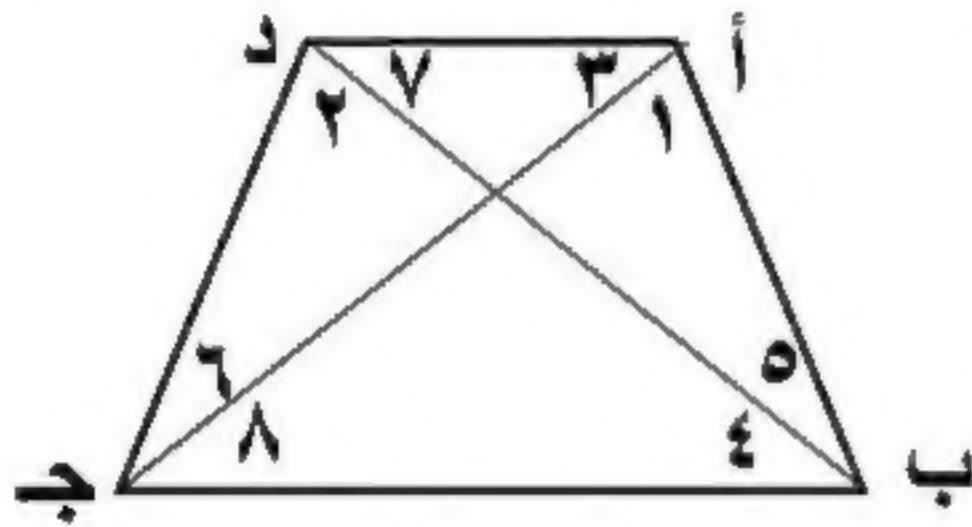


ق (ج أ ب) المماسية = ق (د) المحيطية
∴ ق (ج أ ب) = 60°

الشكل الرباعي الدائري

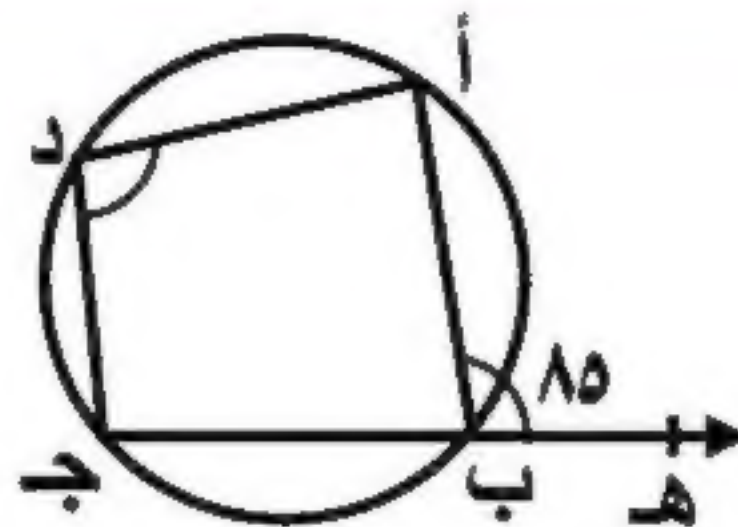
لو عرفت ان الشكل رباعي دائري (سواء هو قالك في المسألة أو لقيت رؤوسه الأربعة تقع على الدائرة) هنستنتج ٣ حاجات :

أي زاويتين مرسومتين على قاعدة واحدة وفي جهة واحدة متساويتان



إذا كان أ ب ج د رباعي دائري فإن:
ق (١) = ق (٢) مرسومتان على ب ج
ق (٣) = ق (٤) مرسومتان على د ج
ق (٥) = ق (٦) مرسومتان على أ د

قياس الزاوية الخارجة =
قياس المقابلة للمجاورة



∴ الشكل أ ب ج د رباعي دائري
∴ ق (أ ب هـ) الخارجة = ق (د)
∴ ق (د) = ٨٥

كل زاويتين متقابلتين
مجموعهما = ١٨٠



∴ الشكل أ ب ج د رباعي دائري
∴ ق (د) + ق (ج) = ١٨٠
∴ ق (د) = ١٨٠ - ١٢٠ = ٦٠

لو قالك اثبت أن الشكل رباعي دائري إبحث عن إحدى الحالات الثلاثة الآتية واشبتها وهي :

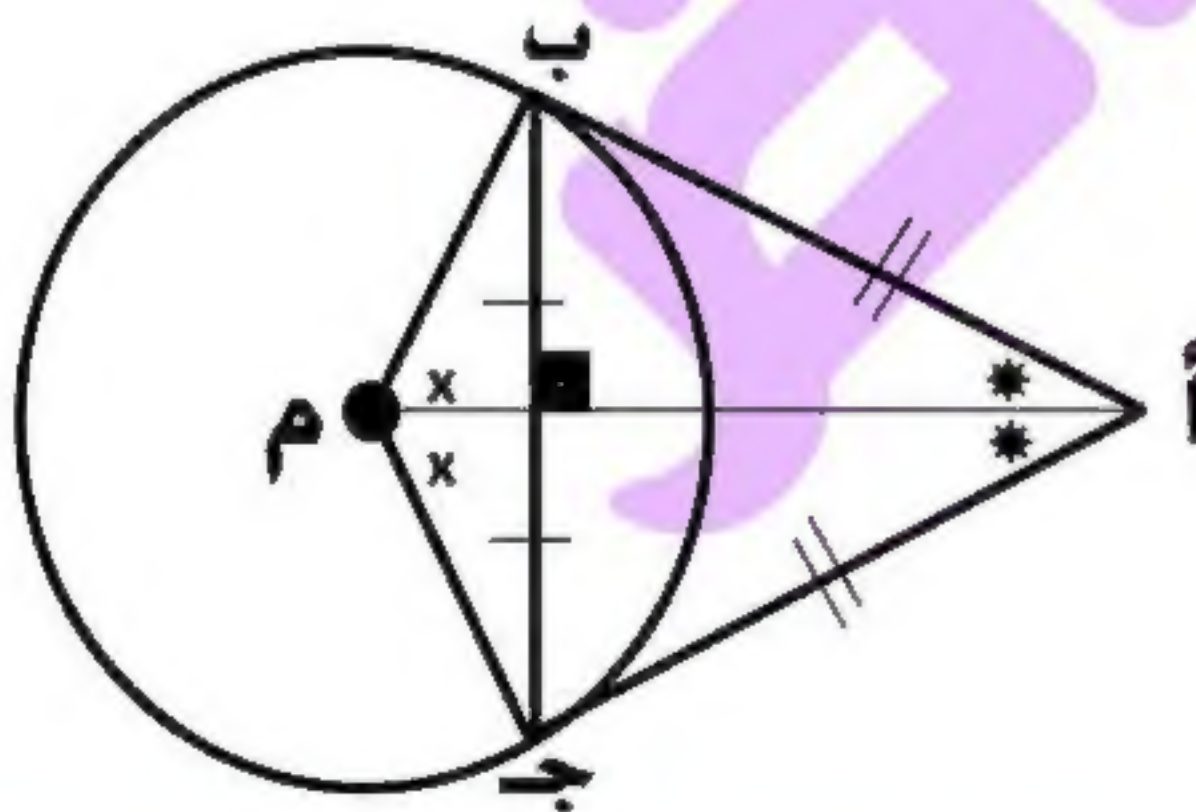
شوف زاويتين مرسومتين على قاعدة واحدة
واحدة واشبت انهما متساويتان

زاوية خارجة واشبت انها تساوي
المقابلة للمجاورة

زاويتان متقابلتان واشبت أن
مجموعهما = ١٨٠

العلاقة بين مماسات الدائرة

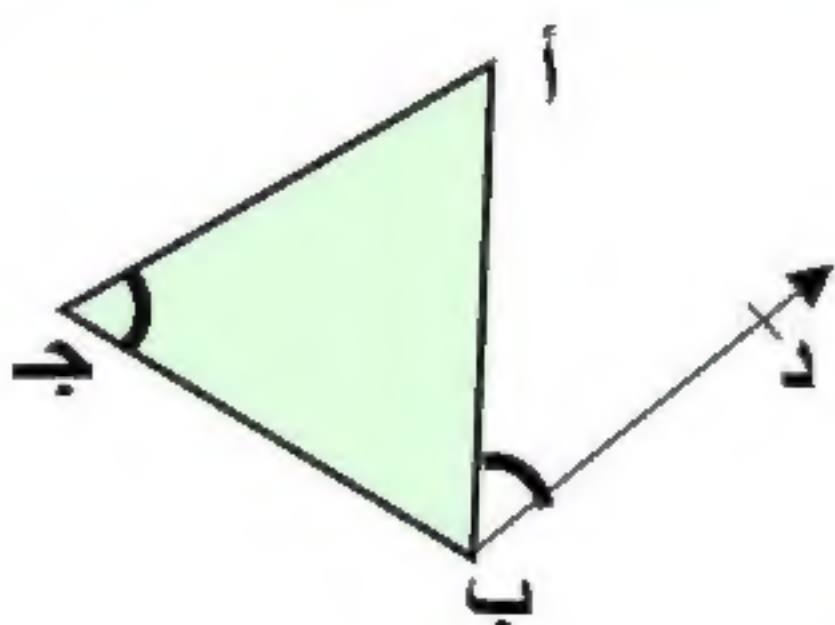
القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج دائرة متساويتان في الطول.



إذا كان أ ب ، أ ج قطعتان مماستان فإن:

أ ب = أ ج	أ م ينصف زاوية ب أ ج
ق (أ ب ج) = ق (أ ج ب)	أ م ينصف زاوية ب م ج
أ ب م ج رباعي دائري	أ م ⊥ ب ج وينصفه

لإثبات أن ب د مماس للدائرة التي تمر برؤوس Δ أ ب ج



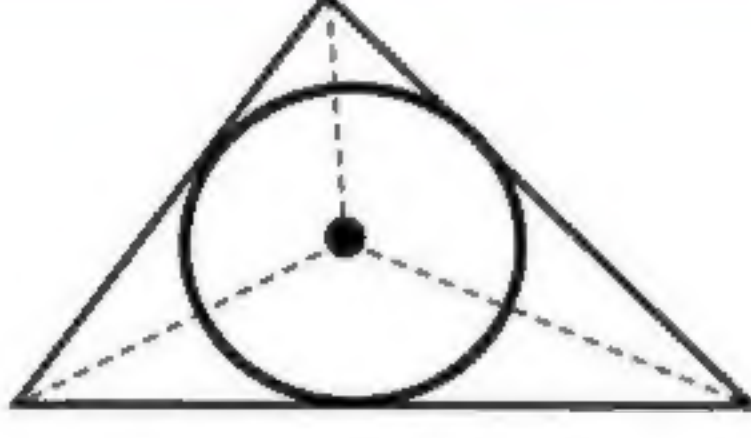

نثبت أن :
ق (أ ب د) = ق (ج د)

عدد المماسات المشتركة

- عدد المماسات المشتركة لدائرتين متباعدتين ٤
- عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماسيتين من الخارج ٣
- عدد المماسات المشتركة لدائرتين متقاطعتين ٢
- عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماسيتين من الداخل ١
- عدد المماسات المشتركة لدائرتين متحدتا المركز صفر

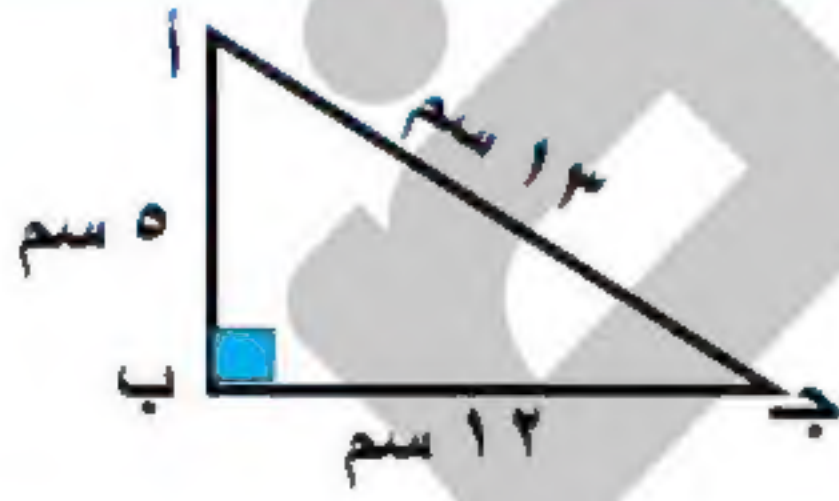
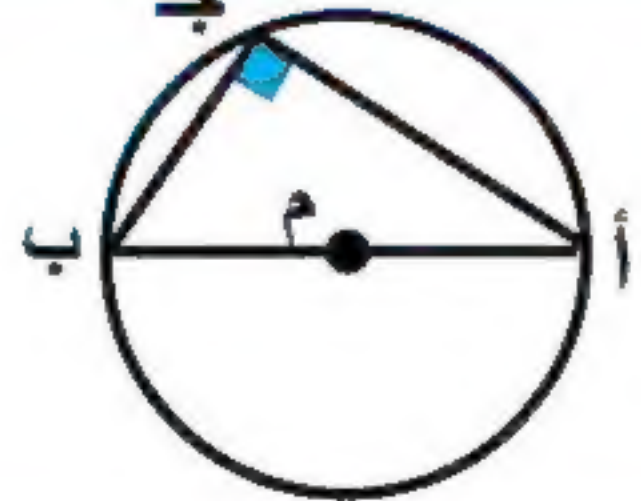
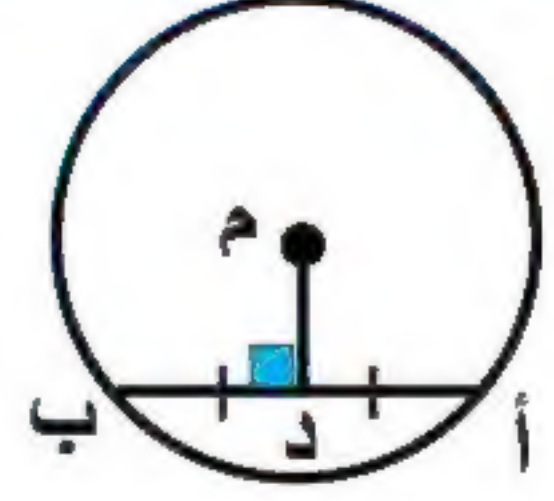
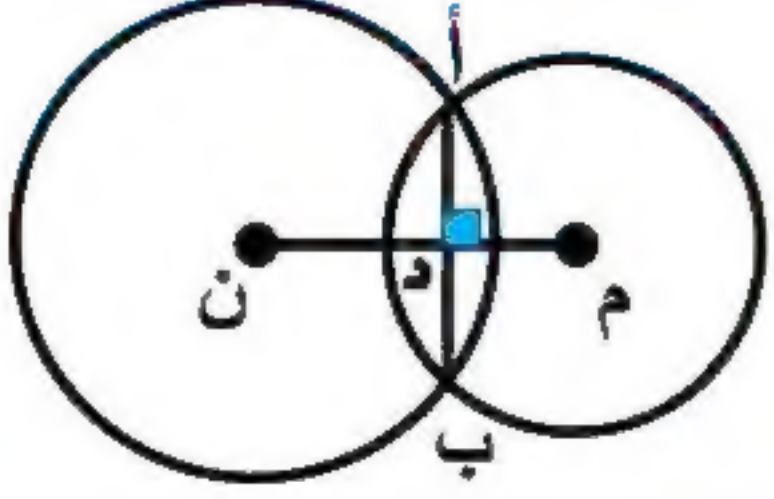
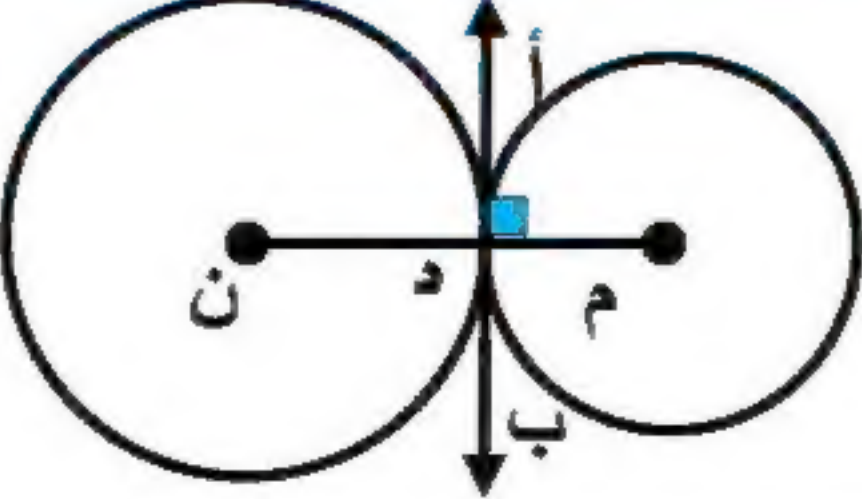
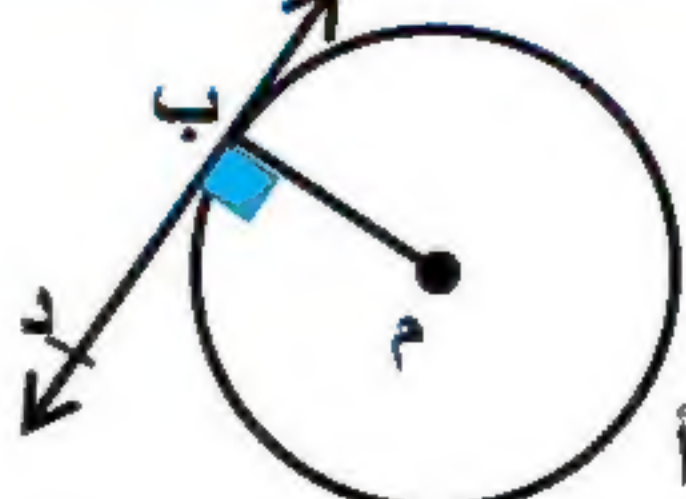
ملاحظات على تعيين الدائرة

- (١) يمكن رسم دائرة تمر برؤوس كل من : المستطيل والمربع وشبه المنحرف المتساوي الساقين
- (٢) لا يمكن رسم دائرة تمر برؤوس : متوازي الأضلاع والمعين وشبه المنحرف غير المتساوي الساقين
- (٣) يمكن رسم دائرة وحيدة تمر بثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة
- (٤) لا يمكن رسم دائرة تمر بثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة.
- (٥) يمكن رسم عدد لا نهائي من الدوائر تمر بنقطة واحدة.
- (٦) أصغر دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب هي التي أ ب قطرها وفيها $\text{نق} = \frac{1}{2} \text{أ ب}$
- (٧) إذا كان $\text{نق} < \frac{1}{2} \text{أ ب}$ فإنه يمكن رسم دائرتان فقط وإذا كان $\text{نق} > \frac{1}{2} \text{أ ب}$ فإنه لا يمكن رسم أي دائرة

الدائرة الداخلة للمثلث	الدائرة الخارجة للمثلث
 <p>مركزها هو نقطة تقاطع منصفات زواياها الداخلة</p>	 <p>مركزها هو نقطة تقاطع الأعمدة المقامة على أضلاع المثلث من منتصفاتها (محاور تماثل أضلاعها)</p>

خلاصة الزاوية ٩٠

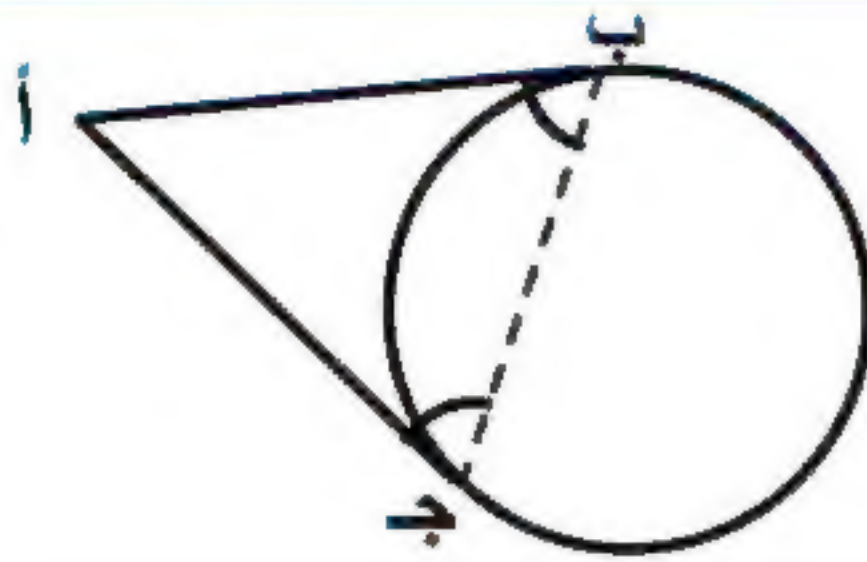
لو لقيت أي حاجة من دول استنتج ان فيه زاوية قائمة قياسها ٩٠ :

<p>مربع ضلع مثلث = مجموع مربعي الضلعين الآخرين</p> 	<p>زاوية محيطية مرسومة في نصف دائرة</p> 	<p>قطعة مارة بالمركز وتنصف الوتر</p> 
<p>وتر مشترك و خط مركزين في الدائرتان المتقاطعتان</p> 	<p>مماس مشترك و خط مركزين في الدائرتان المتماستان</p> 	<p>مماس و نصف قطر</p> 

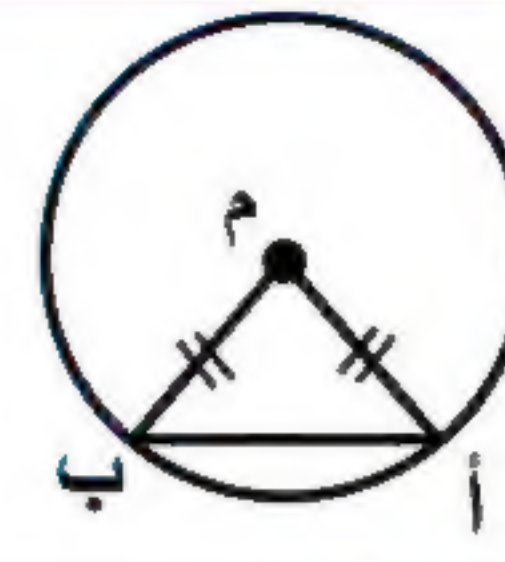
خلاصة المثلث المتساوي الساقين

يكون المثلث متساوي الساقين إذا كان :

ضلعيه قطعتان مماستان



ضلعيه أنصاف أقطار



طول القوس

$$\text{طول القوس} = \frac{\text{قياس القوس}}{360} \times 2\pi \text{ نق}$$

◆ قياس نصف الدائرة = 180°

◆ قياس الدائرة = 360°

◆ قياس خمس الدائرة = $\frac{360}{5} = 72^\circ$ وهكذا

◆ قياس ربع الدائرة = 90°

◆ طول الدائرة = محيط الدائرة = $2\pi \text{ نق}$

◆ $\frac{\text{قياس القوس}}{\text{قياس الدائرة}} = \frac{\text{طول القوس}}{\text{طول الدائرة}}$

ملاحظات

١ إذا كان المثلث حاد الزوايا فإن مركز الدائرة الخارجة له يقع داخل المثلث
إذا كان المثلث قائم الزاوية فإن مركز الدائرة الخارجة له يقع في منتصف وتر المثلث
إذا كان المثلث منفرج الزاوية فإن مركز الدائرة الخارجة له يقع خارج المثلث

٢ عدد محاور تماثل الدائرة: عدد لا نهائي

عدد محاور تماثل نصف الدائرة: محور واحد ، عدد محاور تماثل ربع الدائرة: محور واحد وهكذا

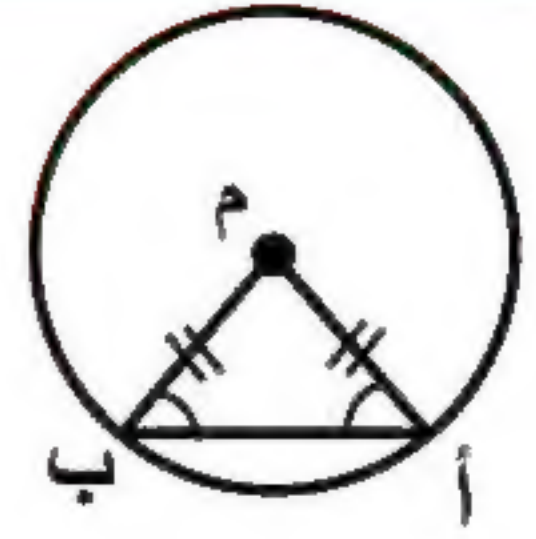
٣ إذا كان م ، ن دائرتان متقاطعتان فإن م ن $\in [\text{نق} ١ - \text{نق} ٢ , \text{نق} ١ + \text{نق} ٢]$

إذا كان م ، ن دائرتان متباعدتان فإن م ن $\in [\text{نق} ١ + \text{نق} ٢ , \infty]$

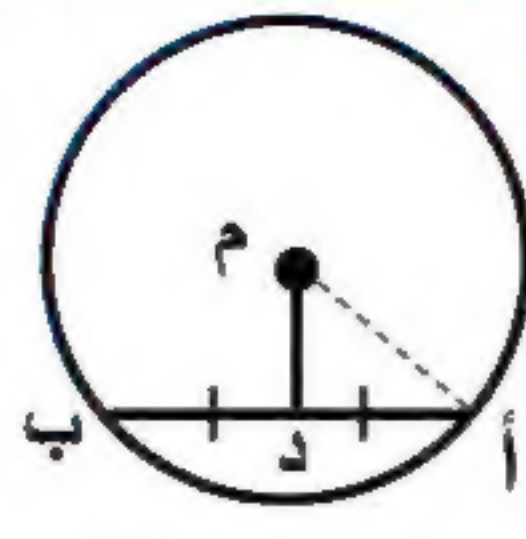
٤ الزاوية المحيطية التي تقابل قوساً أصغر من نصف الدائرة تكون حادة

الزاوية المحيطية التي تقابل قوساً أكبر من نصف الدائرة تكون منفرجة

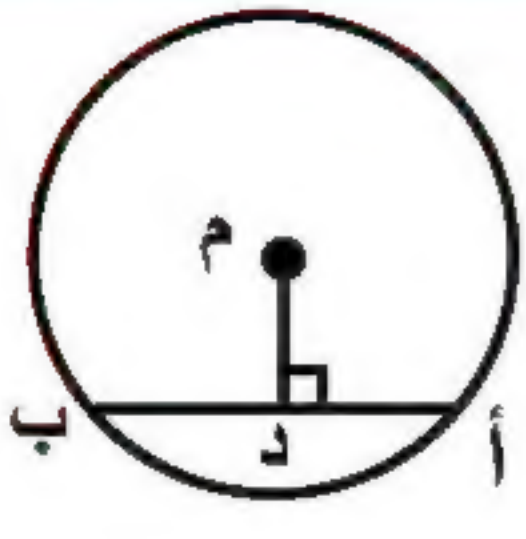
تنبيه: لا يُسمح لأي شخص حذف اسم محمود عوض من على
الملزمة ومن يفعل فأمره موكل إلى الله جل جلاله
(ولكن يُسمح بحذف رقم التليفون فقط)



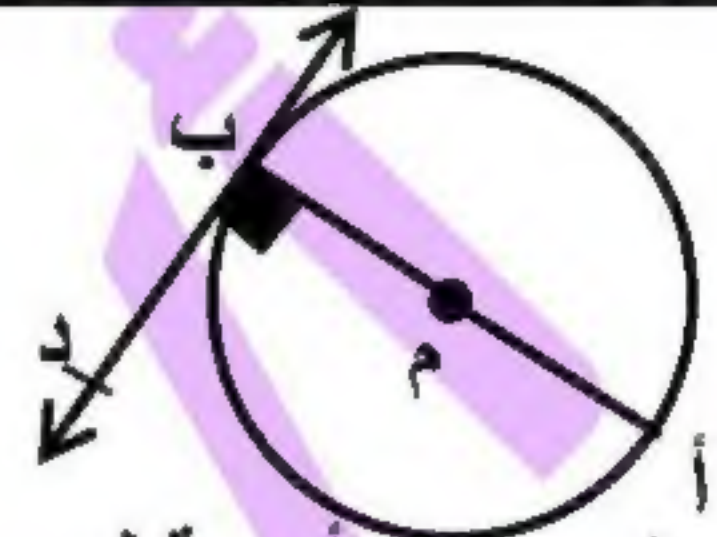
١ $\therefore \text{م} \text{ أ} = \text{م} \text{ ب}$ (لأنهما أنصاف أقطار)
 $\therefore \triangle \text{م} \text{ أ} \text{ ب}$ متساوي الساقين
 أي أن: $\angle \text{ق} (\hat{\text{أ}}) = \angle \text{ق} (\hat{\text{ب}})$



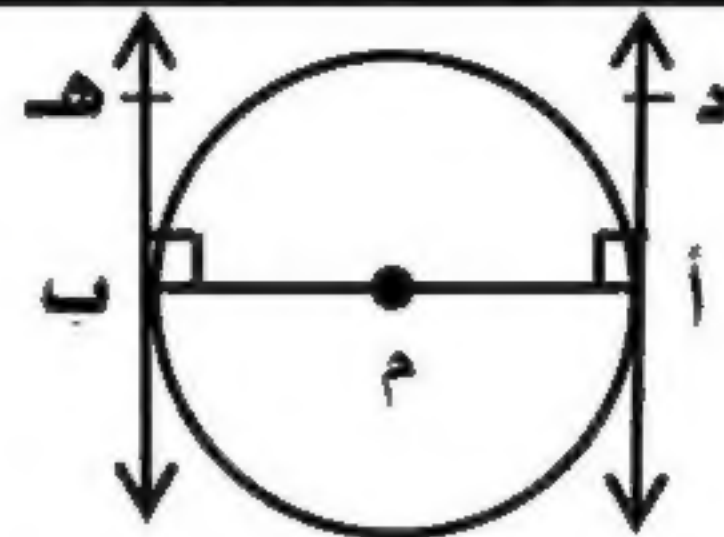
٢ $\therefore \text{د}$ منتصف الوتر $\text{أ} \text{ ب}$
 $\therefore \text{م} \text{ د} \perp \text{أ} \text{ ب}$
 $\therefore \triangle \text{م} \text{ أ} \text{ د}$ قائم (يمكن تطبيق)



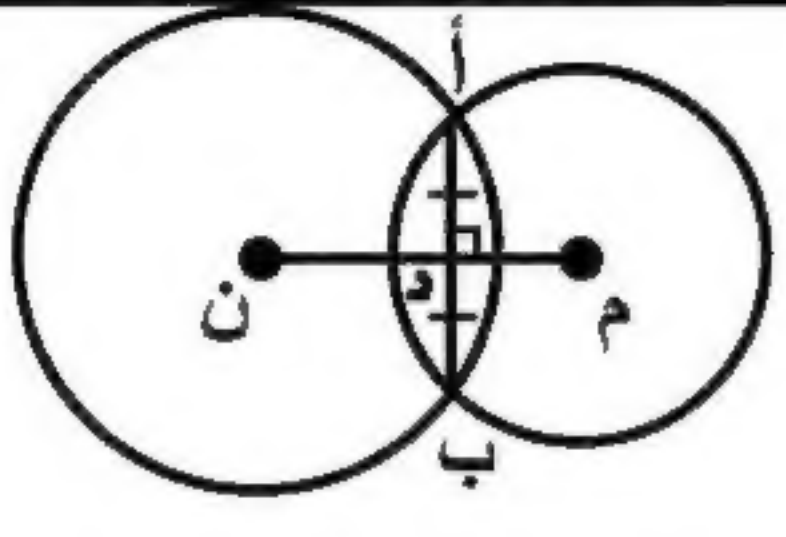
٣ $\therefore \text{م} \text{ د} \perp \text{أ} \text{ ب}$
 $\therefore \text{د}$ منتصف $\text{أ} \text{ ب}$ $\therefore \text{أ} \text{ د} = \text{ب} \text{ د}$
 فإذا كان $\text{أ} \text{ ب} = ٨ \text{ سم}$ فإن $\text{أ} \text{ د} = ٤ \text{ سم}$



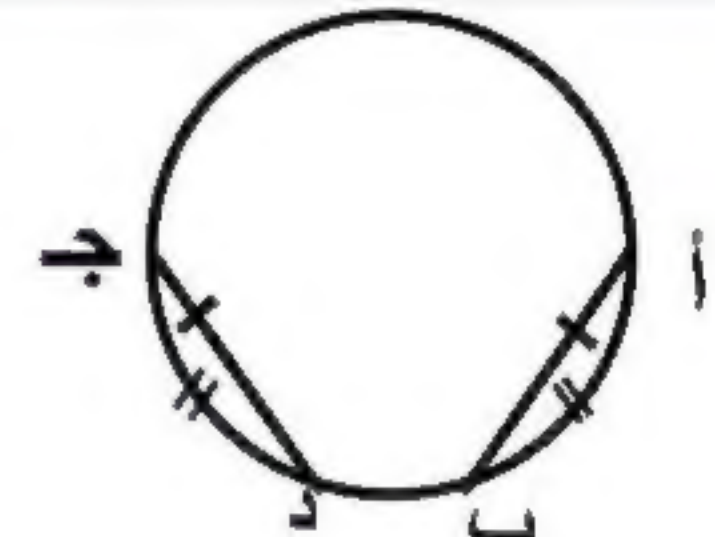
٤ $\therefore \text{ب} \text{ د}$ مماس ، $\text{أ} \text{ ب}$ قطر
 $\therefore \text{ب} \text{ د} \perp \text{أ} \text{ ب}$ (المماس \perp القطر)
 والعكس: إذا كانت $\text{ق} (\text{م} \hat{\text{ب}} \text{ د}) = 90^\circ$
 $\therefore \text{ب} \text{ د}$ مماس حيث ب نقطة التماس



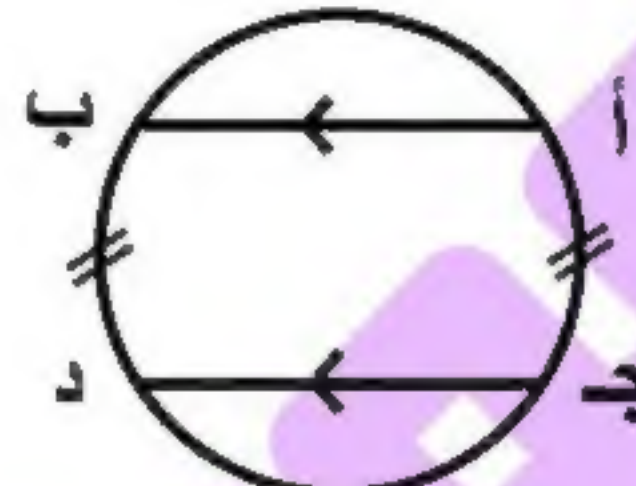
٥ $\therefore \text{د} \text{ أ}$ ، $\text{هـ} \text{ ب}$ مماسان ، $\text{أ} \text{ ب}$ قطر
 $\therefore \text{د} \text{ أ} \parallel \text{هـ} \text{ ب}$
 ومتناسخ ان المماس \perp نصف القطر



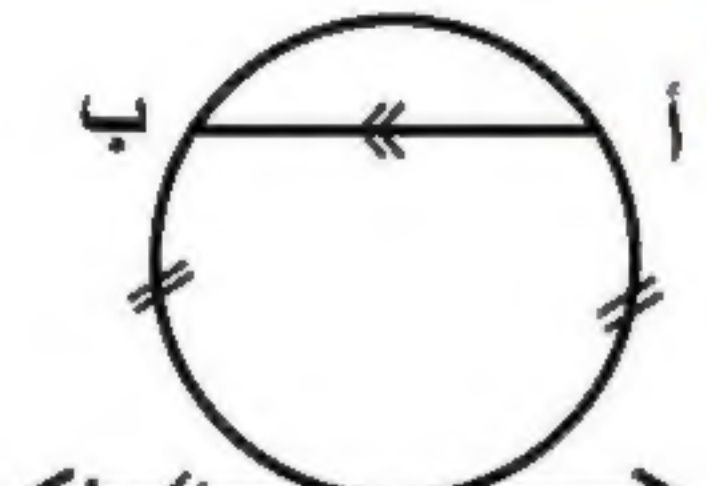
٦ $\therefore \text{أ} \text{ ب}$ وتر مشترك ، $\text{م} \text{ ن}$ خط المركزين
 $\therefore \text{م} \text{ ن} \perp \text{أ} \text{ ب}$ ، $\text{م} \text{ ن}$ ينصف $\text{أ} \text{ ب}$
 خط المركزين هو محور تماثل الوتر المشترك



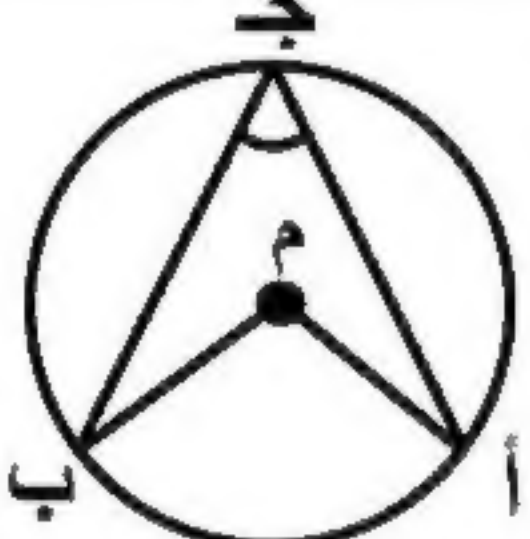
٧ $\therefore \text{ق} (\hat{\text{أ} \text{ ب}}) = \text{ق} (\hat{\text{ج} \text{ د}})$ الأقواس متساوية
 $\therefore \text{أ} \text{ ب} = \text{ج} \text{ د}$ الأوتار متساوية
 والعكس صحيح



٨ \therefore الوتر $\text{أ} \text{ ب} \parallel$ الوتر $\text{ج} \text{ د}$
 $\therefore \text{ق} (\hat{\text{أ} \text{ ج}}) = \text{ق} (\hat{\text{ب} \text{ د}})$



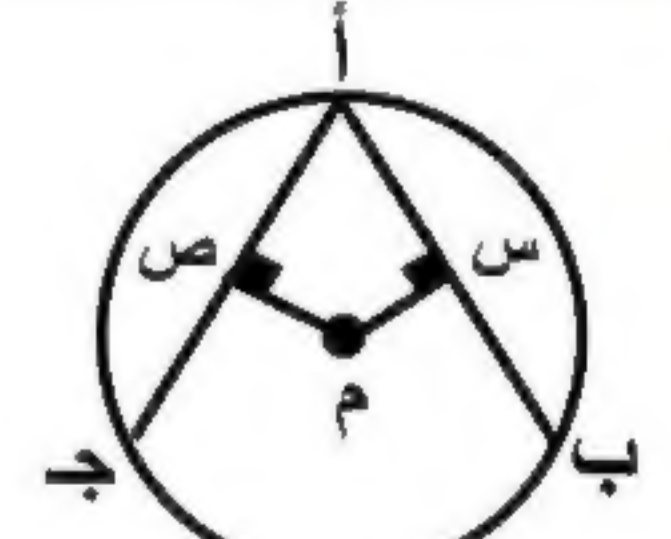
٩ \therefore الوتر $\text{أ} \text{ ب} \parallel$ المماس $\text{ج} \text{ د}$
 $\therefore \text{ق} (\hat{\text{أ} \text{ ج}}) = \text{ق} (\hat{\text{ب} \text{ د}})$



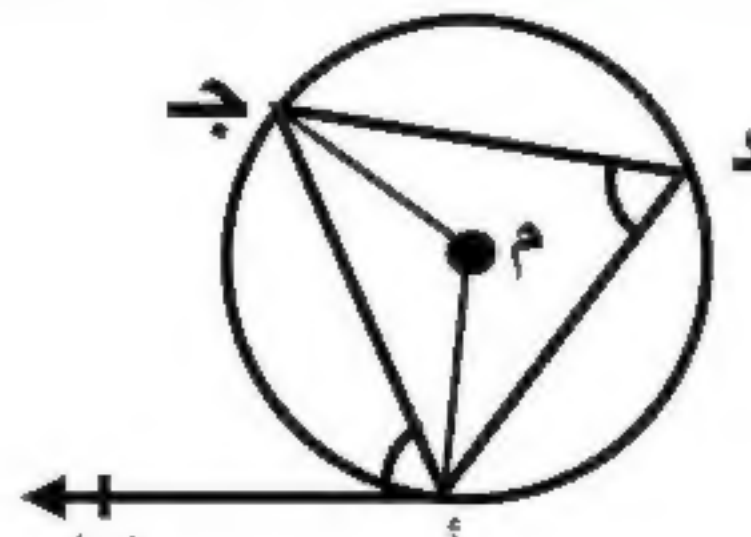
١٠ $\text{ق} (\hat{\text{ج} \text{ د}})$ المحيطية $= \frac{1}{4} \text{ق} (\hat{\text{أ} \text{ م} \text{ ب}})$ المركزية
 $\text{ق} (\hat{\text{ج} \text{ د}}) = \frac{1}{4} \text{ق} (\hat{\text{أ} \text{ ب}})$



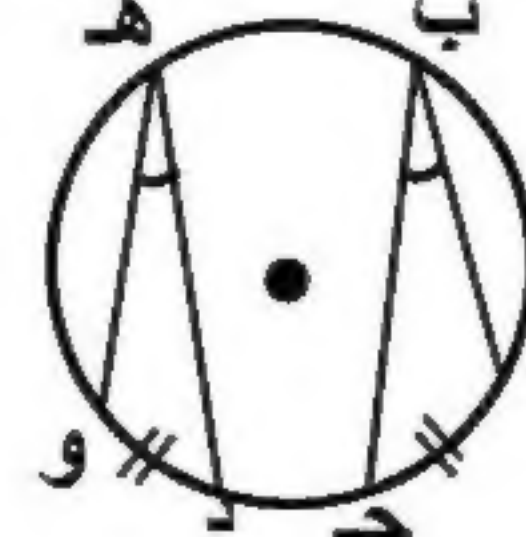
١١ $\text{ق} (\hat{\text{أ} \text{ ب}}) = \text{ق} (\hat{\text{أ} \text{ م} \text{ ب}})$ المركزية
 $\text{ق} (\hat{\text{أ} \text{ ب}}) = 2 \text{ق} (\hat{\text{أ} \text{ ج} \text{ ب}})$ المحيطية



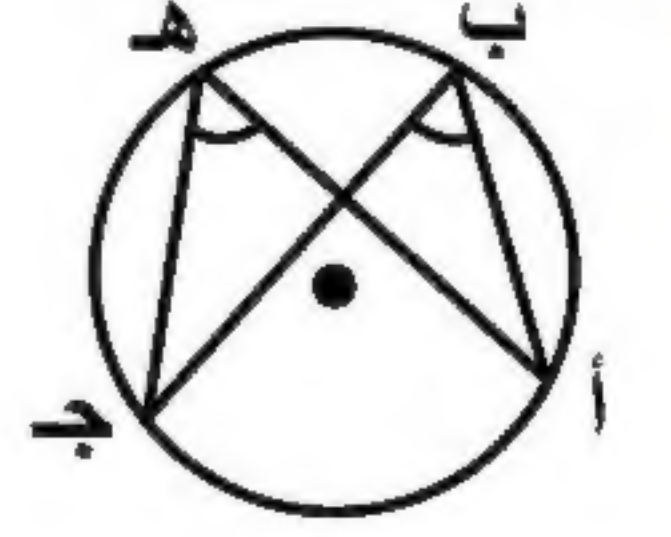
١٢ $\therefore \text{أ} \text{ ب} = \text{أ} \text{ ج}$ (الأوتار متساوية)
 $\therefore \text{م} \text{ س} = \text{م} \text{ ص}$ (الأبعاد متساوية)
 والعكس صحيح



١٣ $\text{ق} (\hat{\text{ب} \text{ د}}) = \text{ق} (\hat{\text{هـ}})$
 محيطيتان مشتركتان في القوس $\text{أ} \text{ ج}$
 كذلك: $\text{ق} (\hat{\text{أ}}) = \text{ق} (\hat{\text{ج}})$

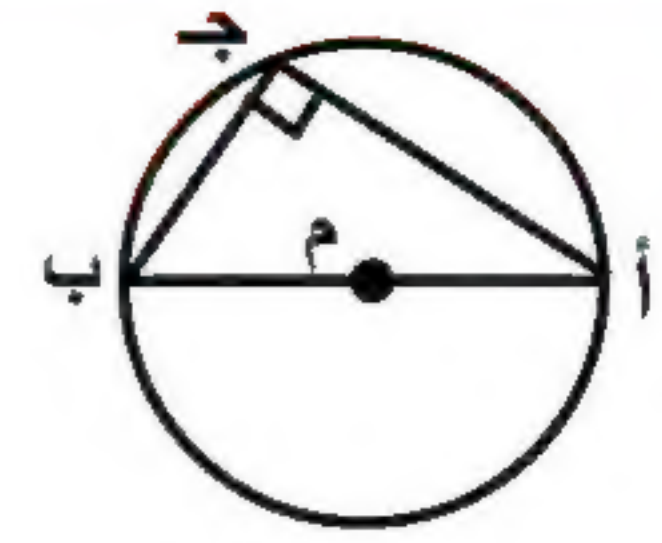


١٤ $\therefore \text{ق} (\hat{\text{أ} \text{ ج}}) = \text{ق} (\hat{\text{د} \text{ و}})$
 $\therefore \text{ق} (\hat{\text{ب}}) = \text{ق} (\hat{\text{هـ}})$
 محيطيتان أقواسهم متساوية (والعكس صحيح)



١٥ $\text{ق} (\hat{\text{ج} \text{ أ} \text{ ب}})$ المماسية $= \text{ق} (\hat{\text{د}})$ المحيطية
 $= \frac{1}{4} \text{ق} (\hat{\text{م}})$ المركزية
 المركزية ضعف المماسية وضعف المحيطية

١٦

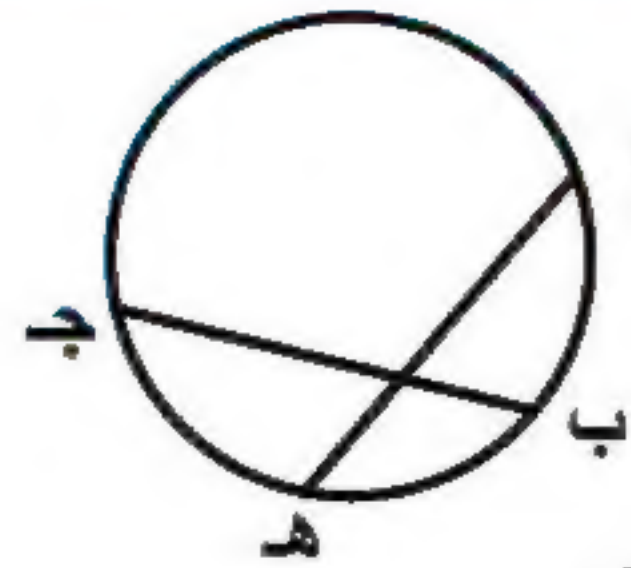


∴ AB قطر

∴ ق (أ ج ب) = ٩٠

محيطية مرسومة في نصف دائرة

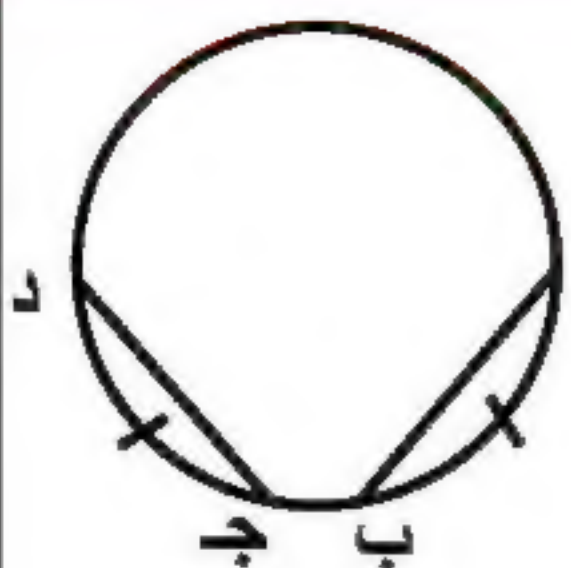
١٧



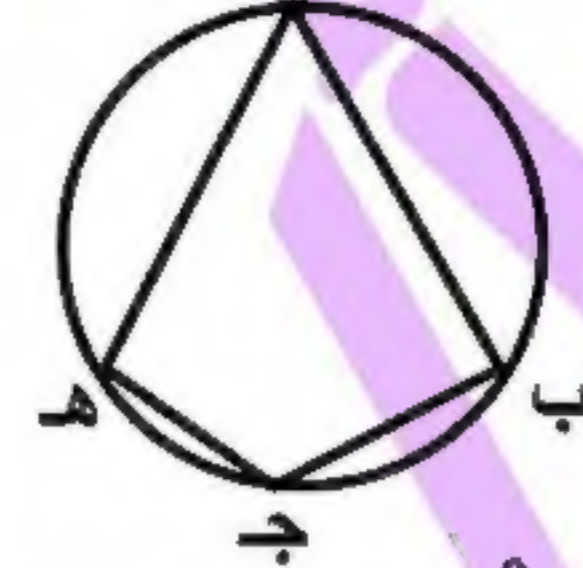
ق (أ ب هـ) = ق (أ ب) + ق (ب هـ)

ق (ب هـ ج) = ق (ج هـ) + ق (ب هـ)
لاحظ أن : القوس ب هـ مشترك بينهما

١٨

الأقواس المتساوية في الطول
متساوية في القياس
والعكس∴ طول أ ب = طول ج د
∴ ق (أ ب) = ق (ج د)طول القوس = قياس القوس $\times \frac{2\pi}{360}$

١٩

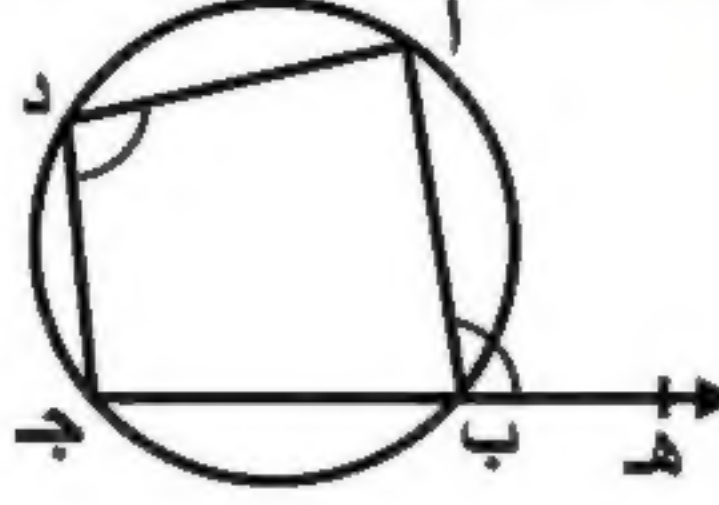
∴ الشكل د ب ج هـ
رباعي دائري

∴ ق (د) + ق (ج) = ١٨٠

ق (أ) + ق (هـ) = ١٨٠

كل زاويتان متقابلتان مجموعهما = ١٨٠

٢٠

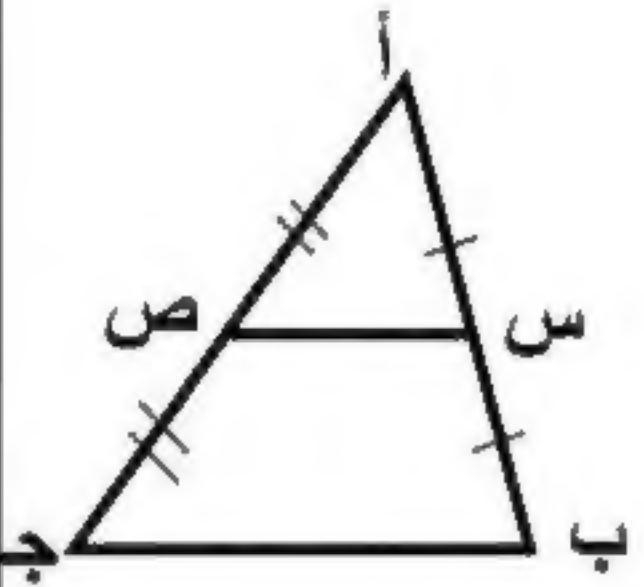


∴ الشكل أ ب ج د رباعي دائري

∴ ق (أ ب هـ) الخارجة = ق (د)

الزاوية الخارجة = المقابلة للمجاورة

٢١

∴ س منتصف أ ب ،
ص منتصف أ ج
∴ س ص // ب جس ص = $\frac{1}{2}$ ب ج

٢٢



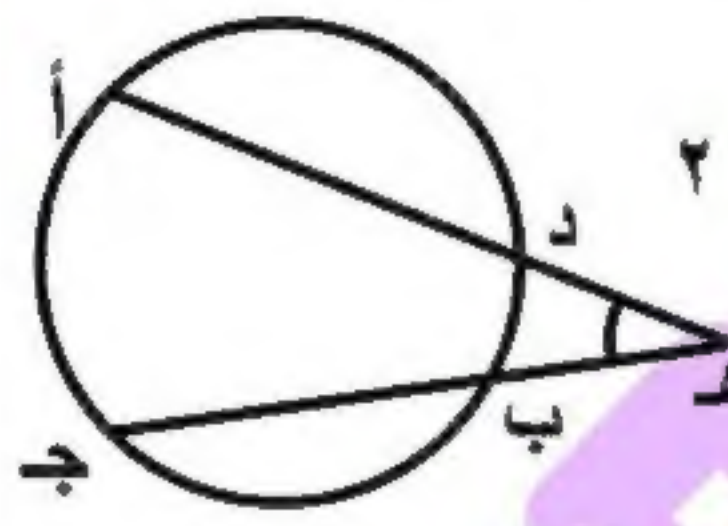
تعريف مشهور ١

ق (د هـ ب) = $\frac{1}{2}$ [ق (أ ج) + ق (د ب)]

ق (أ ج) = ٢ ق (د هـ ب) - ق (د ب)

ق (د ب) = ٢ ق (د هـ ب) - ق (أ ج)

٢٣



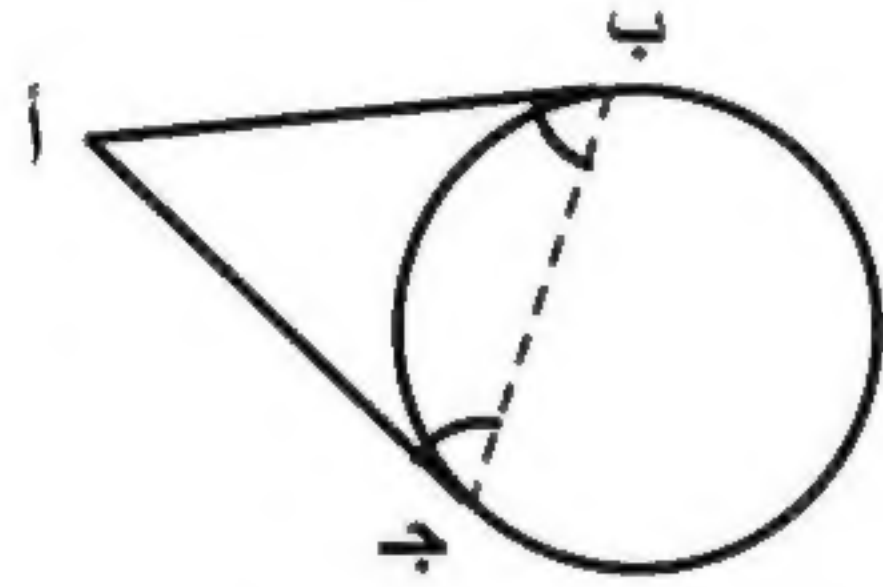
تمرين مشهور ٢

ق (هـ) = $\frac{1}{2}$ [ق (أ ج) - ق (د ب)]

ق (أ ج) = ٢ ق (د ب) + ق (هـ)

ق (د ب) = ٢ ق (أ ج) - ق (هـ)

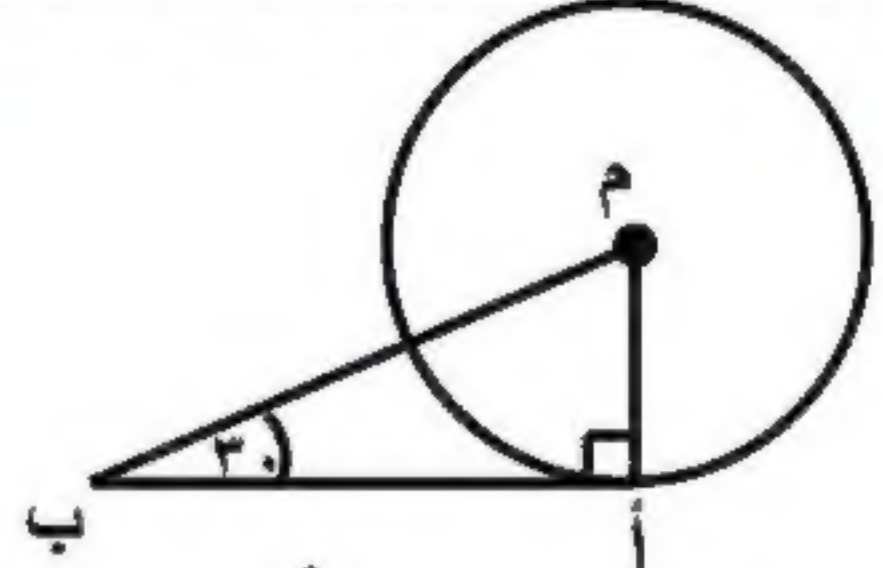
٢٤



∴ أ ب ، أ ج قطعتان مماستان

∴ أ ب = أ ج ، ق (ب) = ق (ج)

٢٥

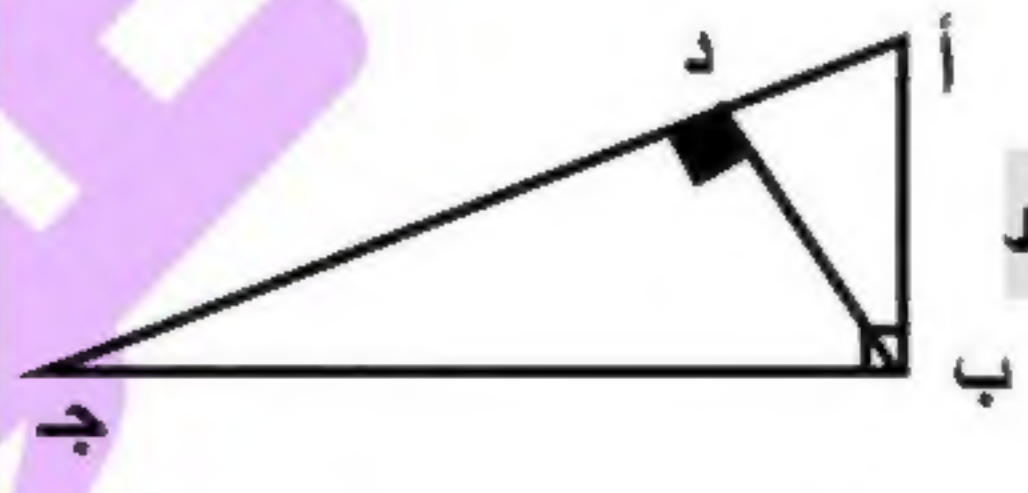


∴ Δ م أ ب قائم ، ق (ب) = ٣٠

∴ م أ = $\frac{1}{2}$ م ب

الضلع المقابل للزاوية ٣٠ = نصف طول الوتر

٢٦



إقليدس

∴ Δ أ ب ج قائم ، ب د ⊥ الوتر أ ج

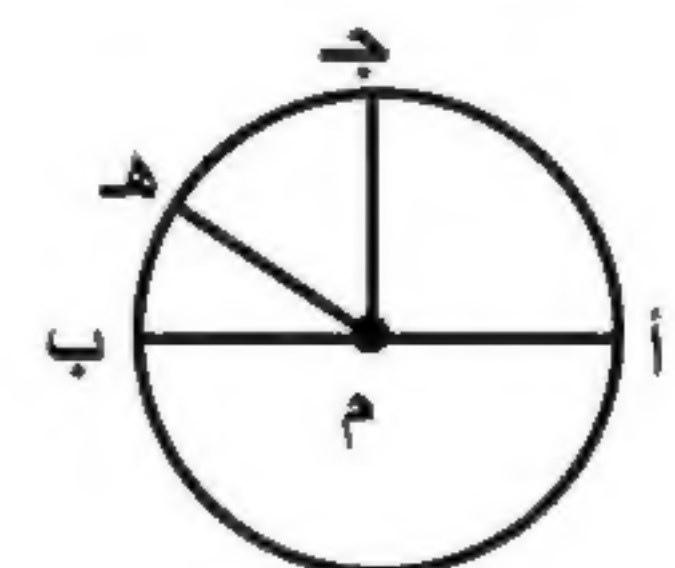
∴ ب د = $\frac{أ ب \times ب ج}{أ ج}$

٢٧

لإثبات أن الشكل رباعي دائري ابحث عن
أحدى الحالات الآتية :

- ١- زاويتان متقابلتان متكاملتان
- ٢- زاوية خارجة تساوي المقابلة للمجاورة
- ٣- زاويتان مرسومتان على قاعدة واحدة وفي جهة واحدة منها ومتساويتان

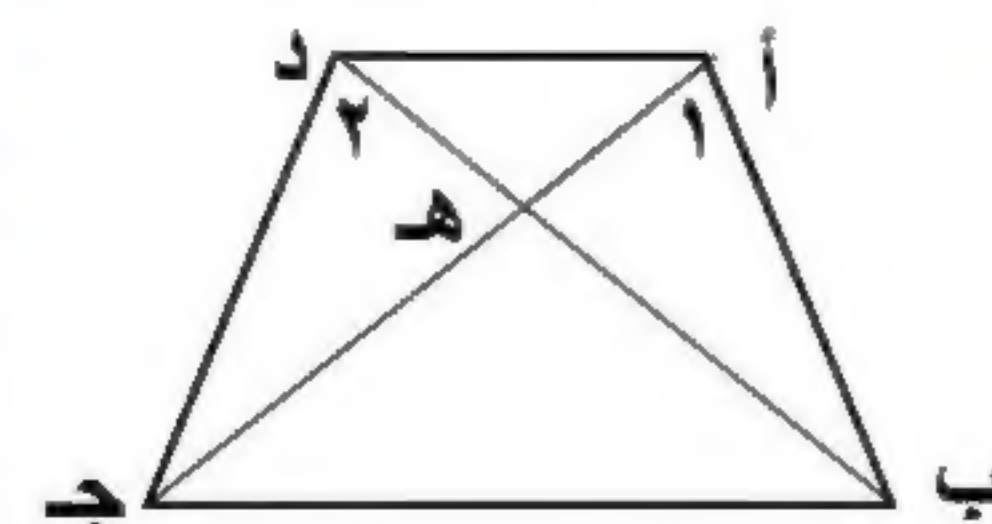
٢٨



∴ أ ب قطر ∴ ق (أ ج ب) = ١٨٠

∴ ق (أ ج) + ق (ج هـ) + ق (هـ ب) = ١٨٠

٢٩

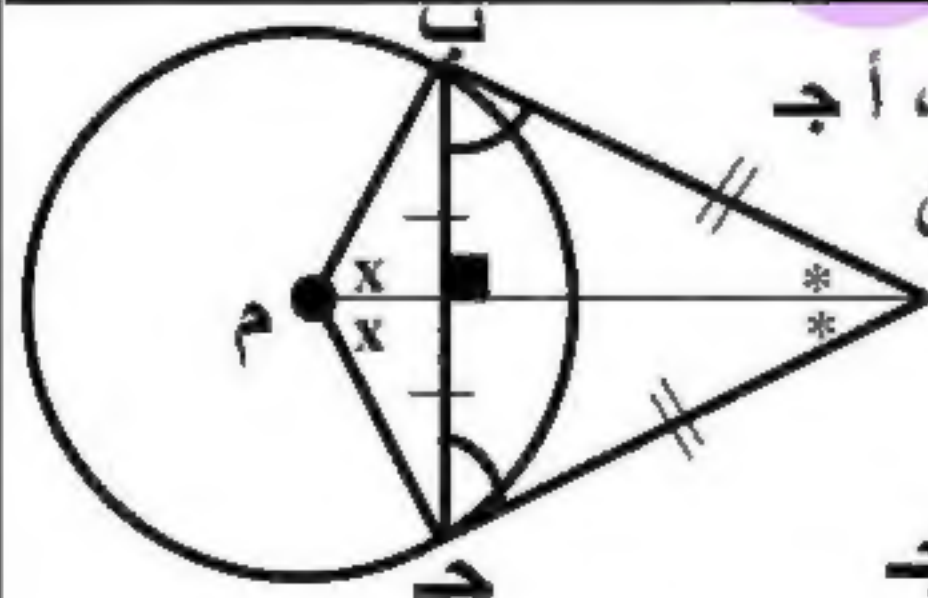


إذا كان ق (١) = ق (٢)

∴ أ ب ج د رباعي دائري

والعكس صحيح

٣٠



∴ أ ب ، أ ج قطعتان مماستان

فإن :

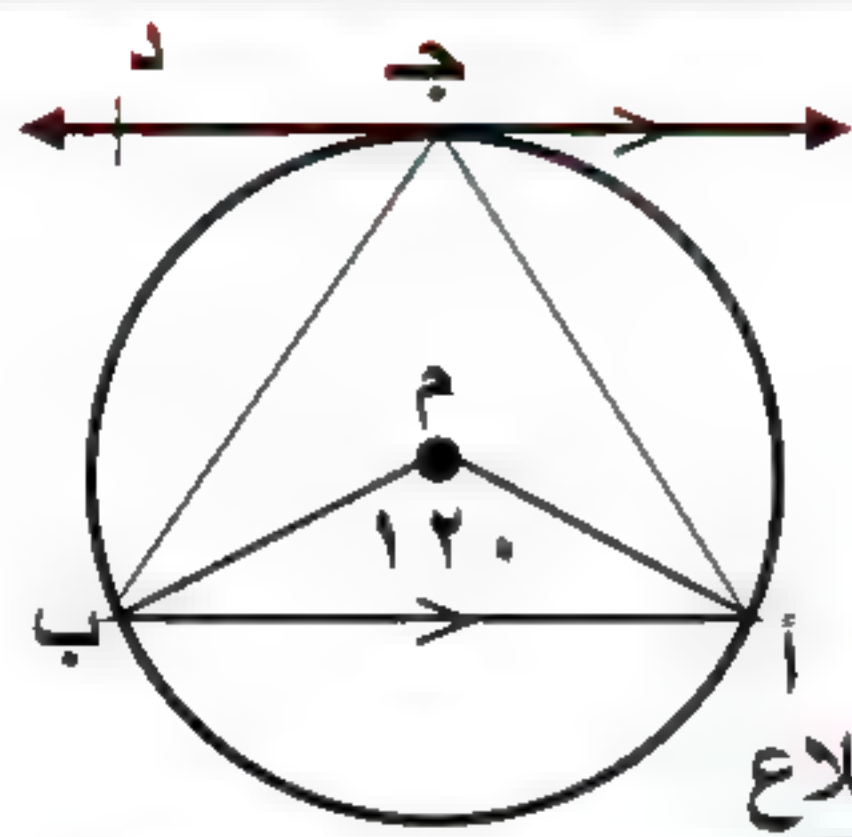
أ ب = أ ج

ق (أ ب ج) = ق (أ ج ب)

أ م ينصف أ وينصف م

أ م ⊥ ب ج

أ ب م ج رباعي دائري



٧ في الشكل المقابل:

جد مماس للدائرة عند ج

جد // أب

ق (أ م ب) = ١٢٠°

اثبت أن:

Δ ج أ ب متساوي الأضلاع

الحل

∴ جد // أب

∴ ق (د ج ب) = ق (ج ب أ) بالتبادل (١) ←

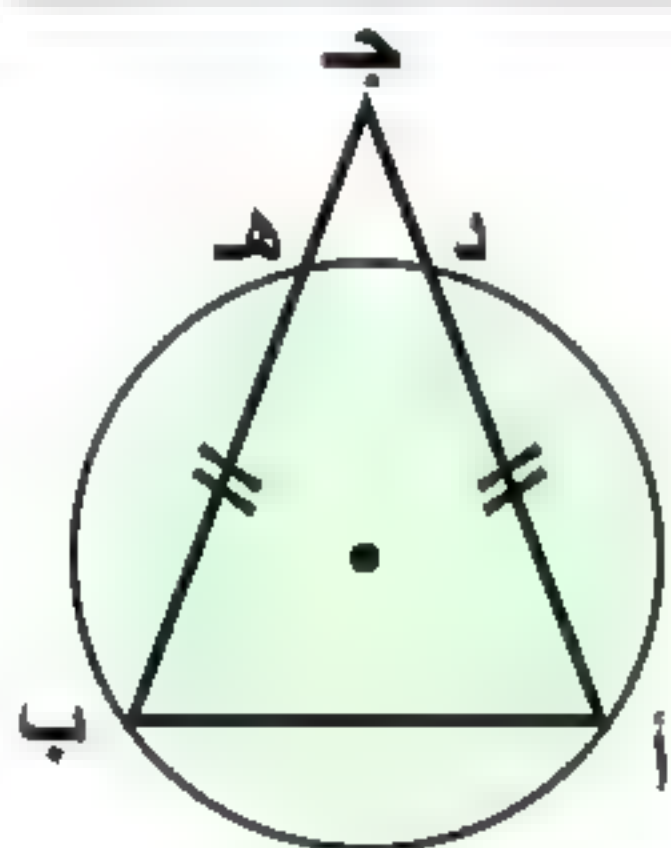
∴ ق (د ج ب) المماسية = ق (ج أ ب) المحيطية (٢) ←

من ١، ٢ ينتج أن: ق (ج ب أ) = ق (ج أ ب)

∴ Δ ج أ ب متساوي الساقين

∴ ق (م) المركزية = ١٢٠° ∴ ق (أ ج ب) = ٦٠°

∴ Δ ج أ ب متساوي الأضلاع



٨ في الشكل المقابل:

أ د، ب ه وتران متساويان في

الطول في الدائرة

أ د ∩ ب ه = { ج }

اثبت أن: ج د = ج ه

الحل

∴ أ د = ب ه ∴ ق (أ د) = ق (ب ه)

وبإضافة ق (د ه) للطرفين

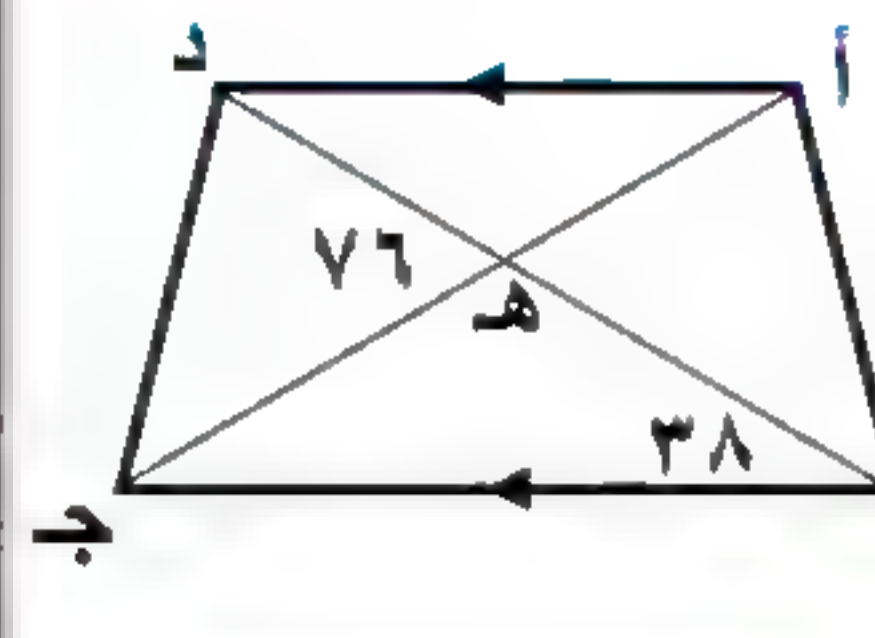
∴ ق (أ ه) = ق (ب د)

∴ ق (ب) = ق (أ) ∴ ج أ = ج ب

في Δ ج أ ب:

∴ ج أ = ج ب، د أ = ه ب

بالطرح ينتج أن: ج د = ج ه



٥ في الشكل المقابل:

أ ب ج د شكل رباعي فيه

أ د // ب ج

اثبت أن

الشكل أ ب ج د رباعي دائري

الحل

ق (ب ه ج) = ١٨٠ - ٧٦ = ١٠٤

في Δ ب ه ج:

ق (ب ج ه) = ١٨٠ - (١٠٤ + ٣٨) = ٣٨

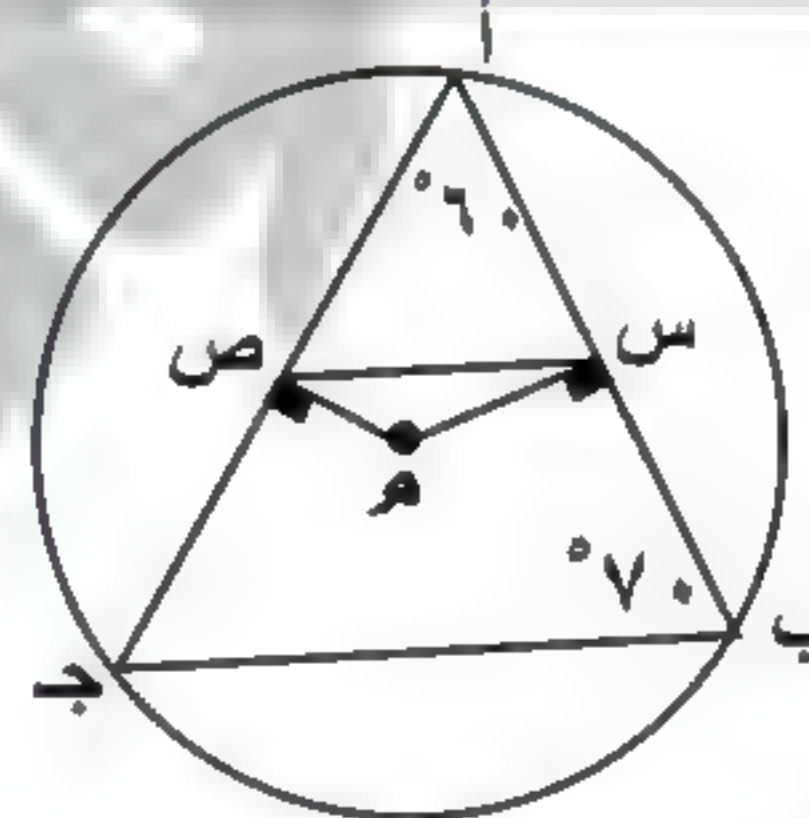
∴ أ د // ب ج

∴ ق (د أ ج) = ٣٨ بالتبادل

∴ ق (د أ ج) = ق (د ب ج)

وهما مرسومتان على قاعدة واحدة د ج

∴ الشكل أ ب ج د رباعي دائري



٦ في الشكل المقابل:

م س ⊥ أ ب، م ص ⊥ أ ج

ق (أ) = ٦٠°

ق (ب) = ٧٠°

أوجد قياسات زوايا Δ م س ص

الحل

ق (ج) = ١٨٠ - (٦٠ + ٧٠) = ٥٠°

∴ م س ⊥ أ ب ∴ م س منتصف أ ب

∴ م ص ⊥ أ ج ∴ م ص منتصف أ ج

∴ م س // ب ج (قطعة واصلت بين منتصفى ضلعين)

∴ ق (أ س ص) = ٧٠°، ق (أ ص س) = ٥٠° بالتناظر

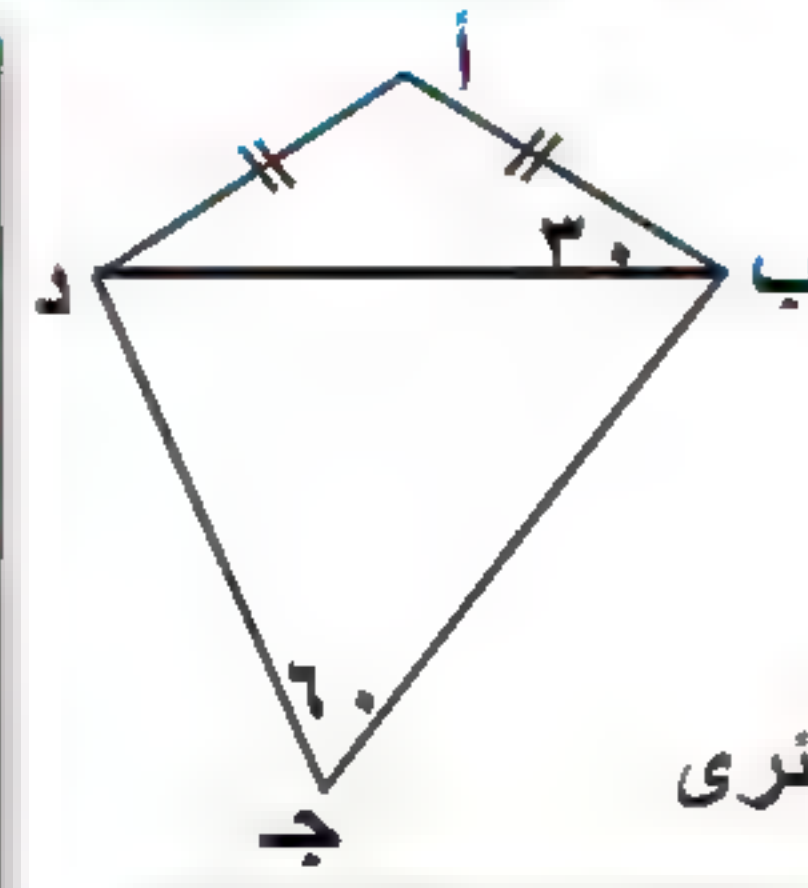
∴ ق (م س ص) = ٧٠ - ٩٠ = ٢٠°

، ق (م ص س) = ٥٠ - ٩٠ = ٤٠°

في Δ م س ص:

ق (س م ص) = ١٨٠ - (٤٠ + ٢٠) = ١٢٠°

٩ في الشكل المقابل:



الحل

∵ $AB = AD$ ∴ ΔABD متساوي الساقين

$$\therefore \angle ADB = \angle ABD = 30^\circ$$

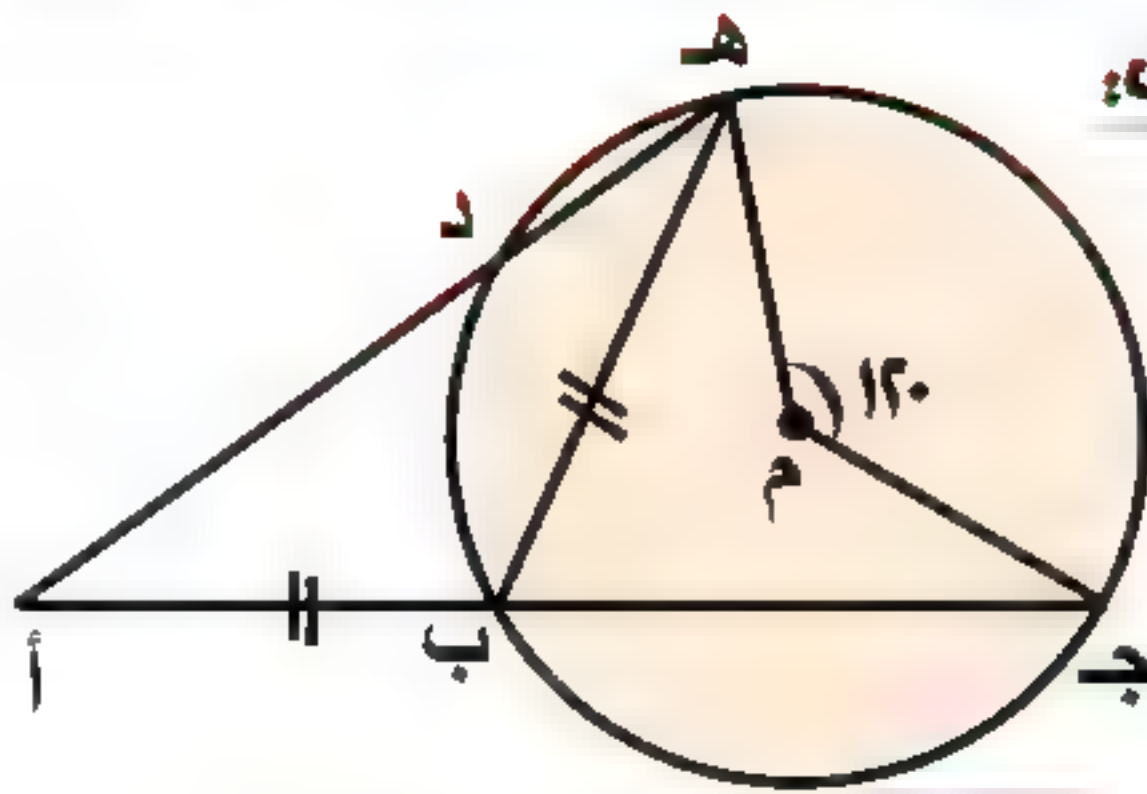
$$\therefore \angle A = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 120^\circ$$

$$\therefore \angle A + \angle C = 180^\circ \Rightarrow \angle C = 60^\circ$$

وهما زاويتان متقابلتان متكاملتان

∴ الشكل ABCD رباعي دائري

١١ في الشكل المقابل:



الحل

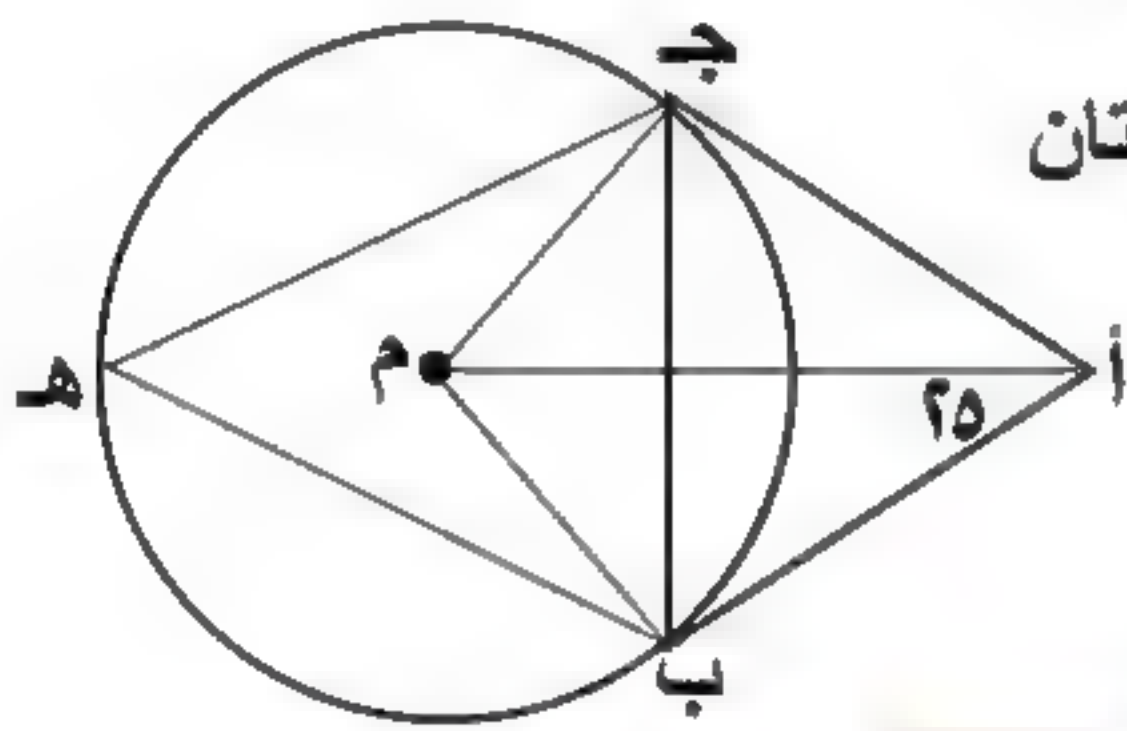
$$\therefore \angle CMA = 120^\circ \text{ (المحيطة) } = \frac{1}{2} \angle CMA \text{ (المركزية)}$$

$$\therefore \angle CMA = 120^\circ \text{ لأنهما مشتركتان في A}$$

$$\therefore \angle CMA = 120^\circ \text{ لأنهما مشتركتان في A}$$

$$\therefore \angle CMA = 120^\circ \text{ لأنهما مشتركتان في A}$$

١٢ في الشكل المقابل:



الحل

$$\therefore \angle CMA = 120^\circ \text{ لأنهما مشتركتان في A}$$

$$\therefore \angle CMA = 120^\circ \text{ لأنهما مشتركتان في A}$$

$$\therefore \angle CMA = 120^\circ \text{ لأنهما مشتركتان في A}$$

$$\therefore \angle CMA = 120^\circ \text{ لأنهما مشتركتان في A}$$

$$\therefore \angle CMA = 120^\circ \text{ لأنهما مشتركتان في A}$$

$$\therefore \angle CMA = 120^\circ \text{ لأنهما مشتركتان في A}$$

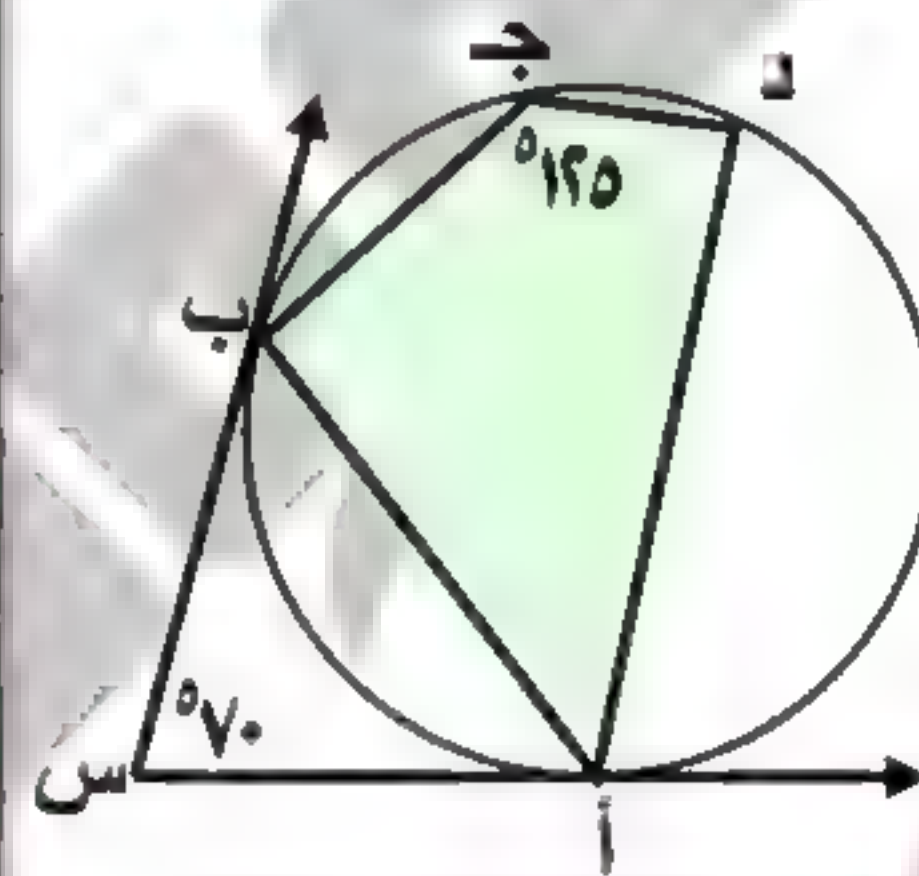
$$\therefore \angle CMA = 120^\circ \text{ لأنهما مشتركتان في A}$$

في الشكل الرباعي ABMC

$$\therefore \angle CMA = 120^\circ \text{ لأنهما مشتركتان في A}$$

$$\therefore \angle CMA = 120^\circ \text{ لأنهما مشتركتان في A}$$

١٠ في الشكل المقابل:



الحل

∴ الشكل ABCD رباعي دائري

$$\therefore \angle A + \angle C = 180^\circ$$

$$\therefore \angle A = 55^\circ$$

∴ SA, SB مماستان للدائرة

$$\therefore SA = SB$$

∴ ΔSAB متساوي الساقين

$$\therefore \angle ASB = 55^\circ$$

من ١، ٢ ينتج أن: $\angle A = \angle B$

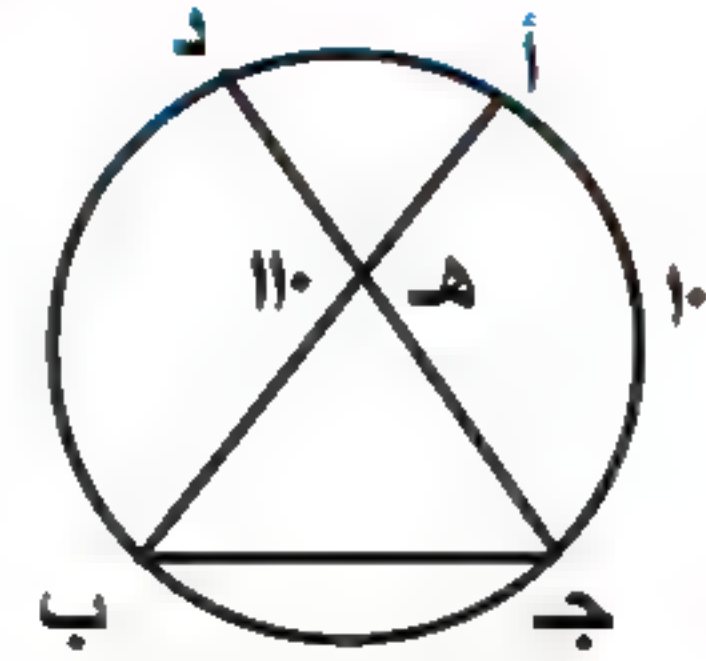
∴ AB ينصف AS المطلوب الأول

$$\therefore \angle ASB = 55^\circ$$

$$\therefore \angle ASB = 55^\circ$$

$$\therefore \angle ASB = 55^\circ$$

١٣ في الشكل المقابل:



أب \cap ج د = { هـ }
 ق (د هـ ب) = 110°
 ق (أ ج) = 100°
 أوجد ق (د ج ب)

الحل

من تمرين مشهور:

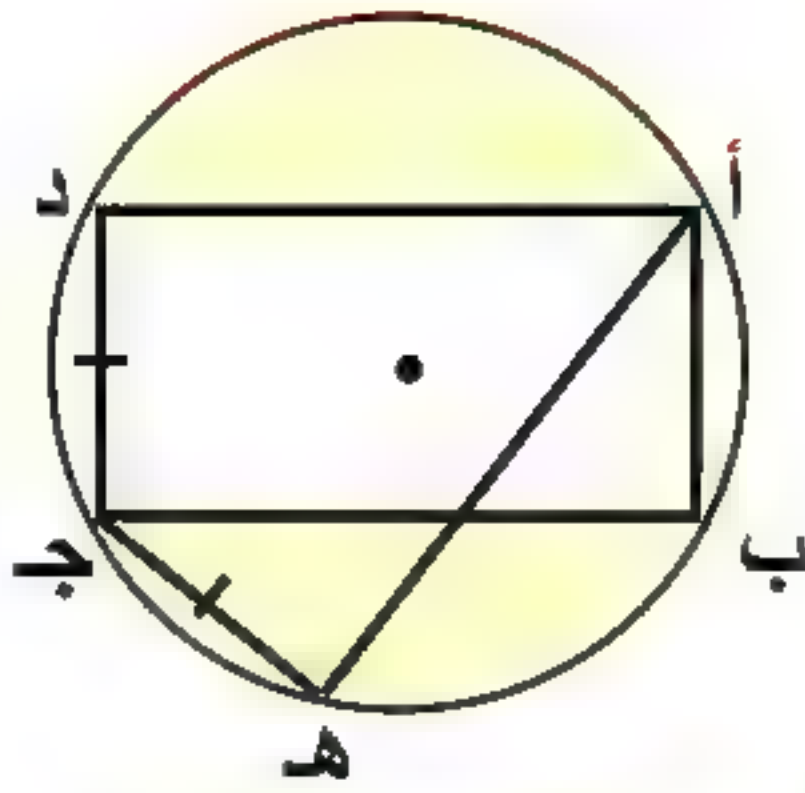
$$ق (د ب) = 2 ق (د هـ ب) - ق (أ ج)$$

$$120 = 100 - 110 \times 2 =$$

$$ق (د ج ب) المحيطية = \frac{1}{2} ق (د ب)$$

$$ق (د ج ب) = \frac{120}{2} = 60^\circ$$

١٥ في الشكل المقابل:



أ ب ج د مستطيل مرسوم داخل
 دائرة
 ج هـ = ج د
 اثبت أن: أ هـ = ب ج

الحل

∴ أ ب = د ج خواص المستطيل

$$هـ ج = د ج \text{ (معطى)}$$

$$\therefore أ ب = هـ ج$$

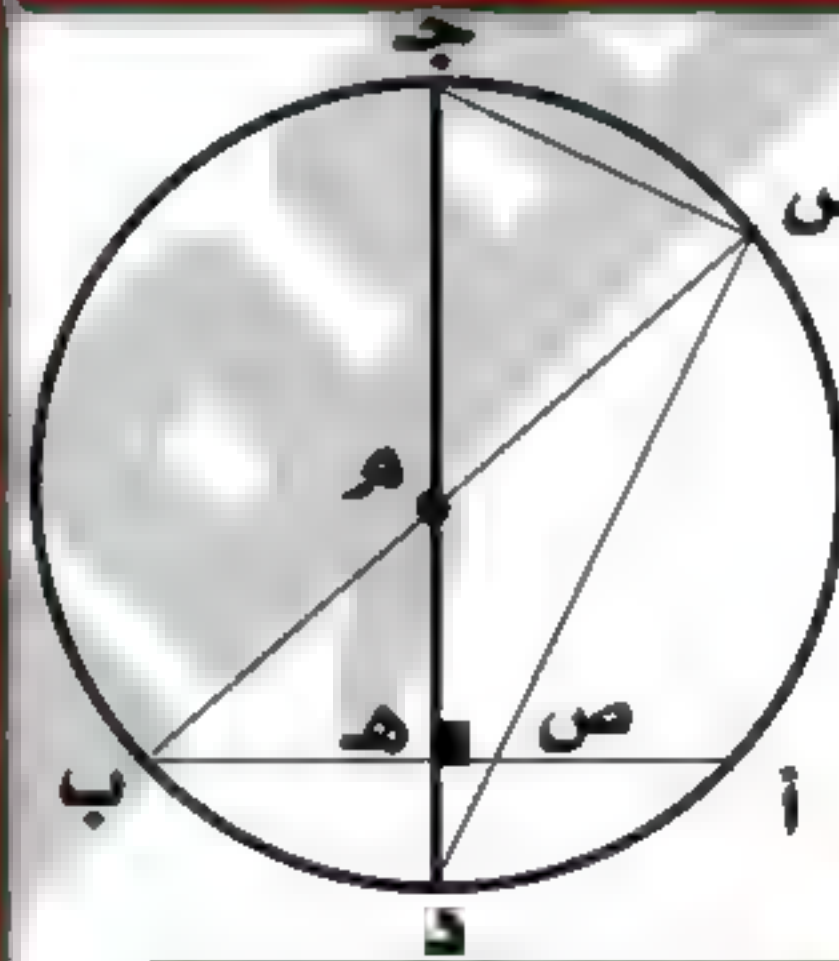
$$\therefore ق (أ ب) = ق (هـ ج)$$

بإضافة ق (ب هـ) للطرفين

$$\therefore ق (أ هـ) = ق (ب ج)$$

$$\therefore أ هـ = ب ج \text{ هـ ط ث}$$

١٤ في الشكل المقابل:

ج د قطر \perp أ ب

اثبت أن:

١- س ص هـ ج رباعي دائري

٢- ق (د ص ب) = ق (د ب س)

الحل

$$\therefore ج د \perp أ ب \quad \therefore ق (ج هـ ص) = 90^\circ$$

$$\therefore ق (ج س د) = 90^\circ \text{ محيطية مرسومة في نصف دائرة}$$

$$\therefore ق (ج هـ ص) + ق (ج س د) = 180^\circ \text{ (متقابلتان متكاملتان)}$$

∴ س ص هـ ج رباعي دائري المطلوب الأول

$$\therefore ق (د ص ب) = ق (ج) \text{ (١)}$$

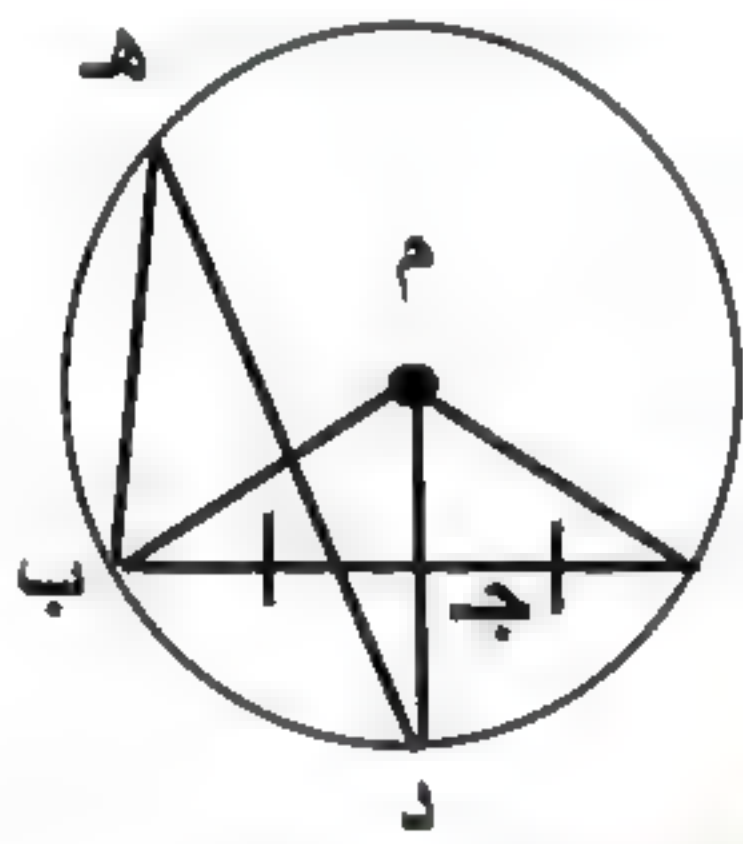
لأن قياس الزاوية الخارجة = قياس المقابلة للمجاورة

$$\therefore ق (د ب س) = ق (ج) \text{ (٢)}$$

لأنهما محيطيتان مشتركتان في س د

من ١، ٢ ينتج أن: ق (د ص ب) = ق (د ب س)

١٦ في الشكل المقابل:



ج منتصف أ ب

$$ق (م أ ب) = 20^\circ$$

أوجد: ق (ب هـ د)، ق (أ د ب)

الحل

$$\therefore م أ = م ب \text{ أنصاف أقطار}$$

$$\therefore \Delta م أ ب \text{ متساوي الساقين} \quad \therefore ق (م ب أ) = 20^\circ$$

$$\therefore ج منتصف أ ب \quad \therefore م ج \perp أ ب \quad \therefore ق (م ج ب) = 90^\circ$$

$$\text{في } \Delta م ج ب: ق (ج م ب) = 180^\circ - (20^\circ + 90^\circ) = 70^\circ$$

$$\therefore ق (ب هـ د) = \frac{1}{2} ق (د م ب)$$

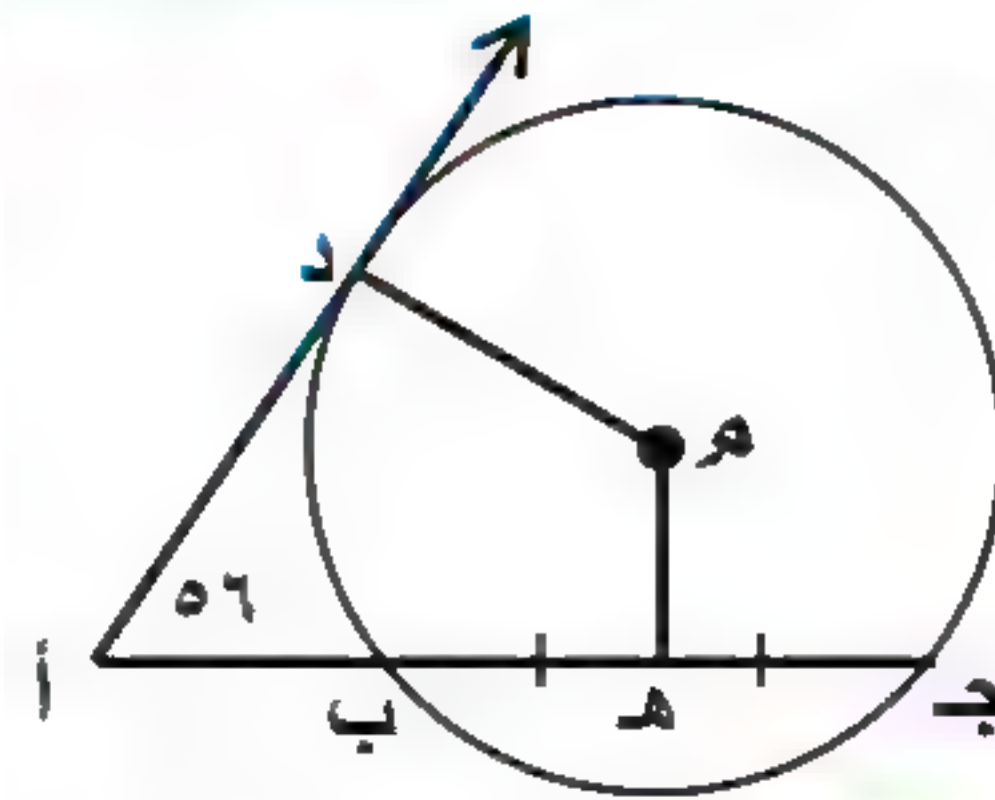
محيطية ومركزية مشتركتان في أ ب

$$\therefore ق (ب هـ د) = 25^\circ \text{ المطلوب الأول}$$

$$\text{في } \Delta م أ ب: ق (أ م ب) = 180^\circ - (20^\circ + 20^\circ) = 140^\circ$$

$$\therefore ق (أ د ب) = ق (أ م ب) \text{ المركزية} = 140^\circ$$

١٧ في الشكل المقابل:



أ د مماس للدائرة عند د
هـ منتصف ب ج
ق (أ) = ٥٦°
أوجد ق (د م هـ)

الحل

∴ أ د مماس ، م د نصف قطر ∴ م د ⊥ أ د

$$\therefore \text{ق (م د أ)} = 90^\circ$$

∴ هـ منتصف ج ب ∴ م هـ ⊥ ج ب

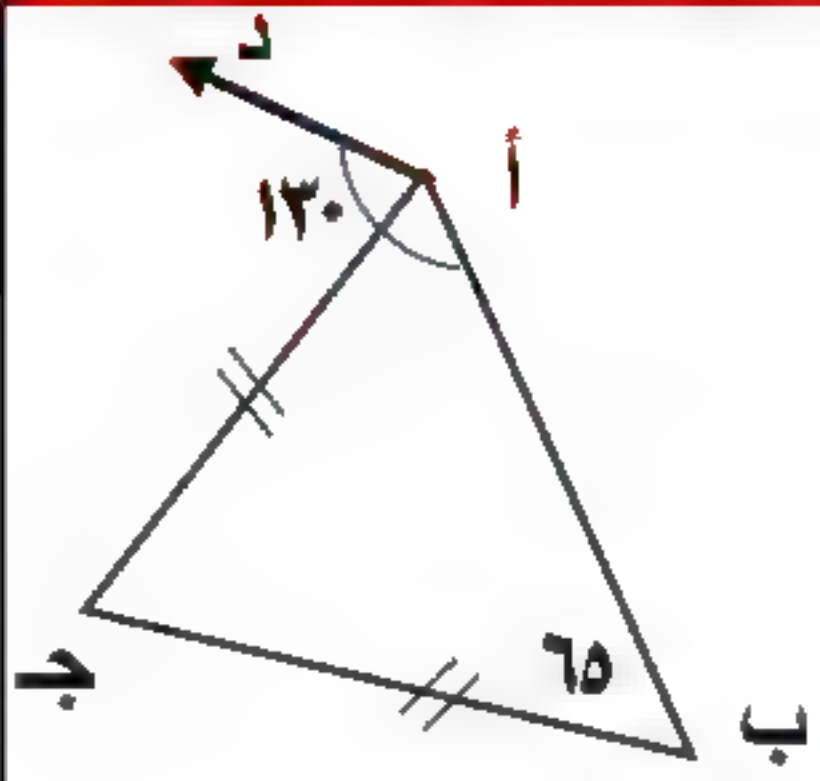
$$\therefore \text{ق (م هـ ب)} = 90^\circ$$

∴ مجموع قياسات الشكل الرباعي م هـ أ د = ٣٦٠°

$$\therefore \text{ق (د م هـ)} = (90 + 90 + 56) - 360 =$$

$$= 124^\circ$$

١٩ في الشكل المقابل:



ج أ = ج ب
ق (ب أ د) = ١٣٠°
ق (ب) = ٦٥°
اثبت أن:
أ د مماس للدائرة المارة برؤوس Δ أ ب ج

الحل

$$\therefore \text{ج أ} = \text{ج ب}$$

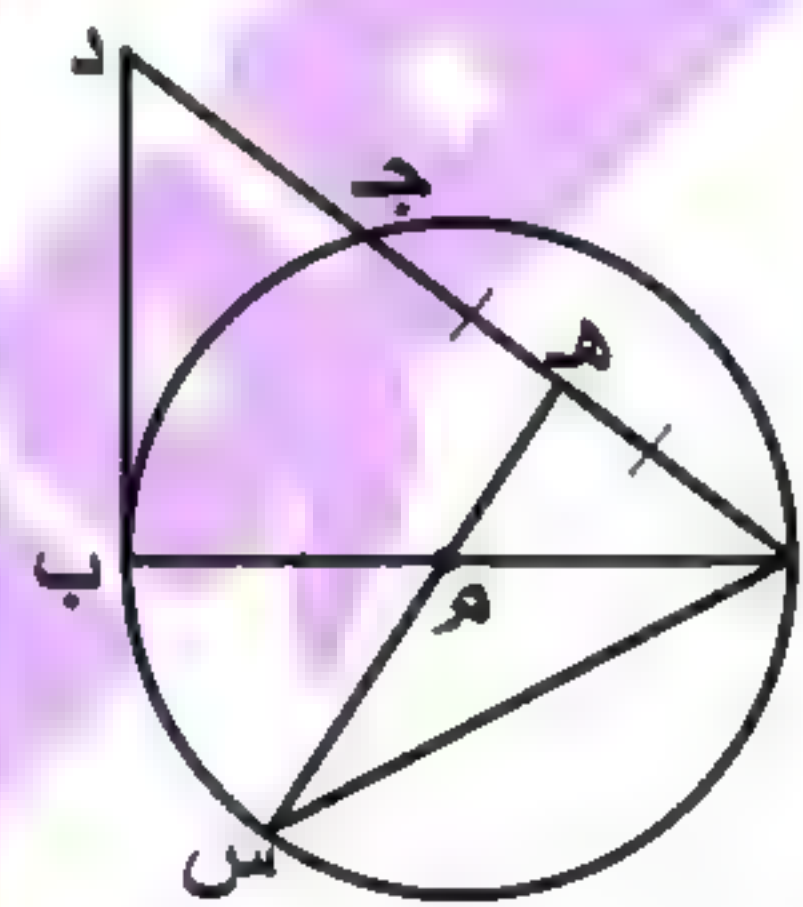
$$\therefore \text{ق (ج أ ب)} = \text{ق (ب)} = 65^\circ$$

$$\therefore \text{ق (د أ ج)} = 65 - 130 = 65^\circ$$

$$\therefore \text{ق (د أ ج)} = \text{ق (ب)}$$

∴ أ د مماس للدائرة المارة برؤوس Δ أ ب ج

١٨ في الشكل المقابل:



أ ب قطر في الدائرة م
هـ منتصف أ ج ، د ب مماس
اثبت أن:
(١) م ب د هـ رباعي دائري
(٢) ق (ب أ س) = ١/٤ ق (د)

الحل

∴ د ب مماس ∴ د ب ⊥ أ ب

$$\therefore \text{ق (ب)} = 90^\circ \leftarrow 1$$

∴ هـ منتصف أ ج ∴ م هـ ⊥ أ ج

$$\therefore \text{ق (م هـ د)} = 90^\circ \leftarrow 2$$

من ١ ، ٢ ينتج أن: ق (ب) + ق (م هـ د) = ١٨٠°

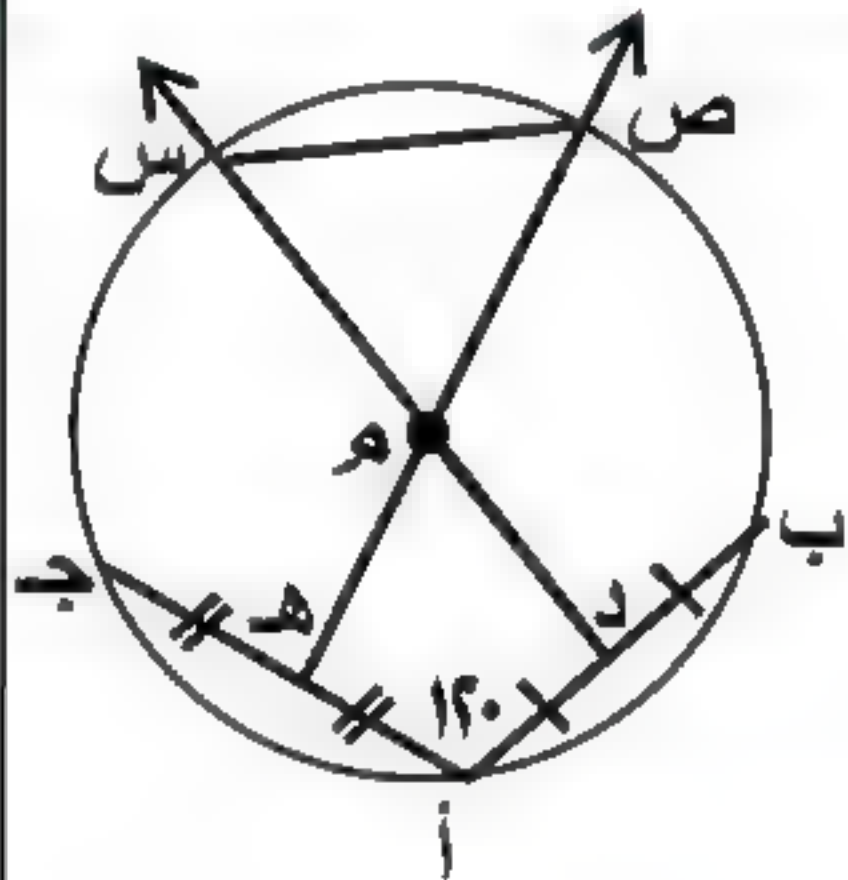
∴ الشكل م ب د هـ رباعي دائري

$$\therefore \text{ق (د)} = \text{ق (ب م س)} \text{ الخارجة } \leftarrow 3$$

$$\therefore \text{ق (ب أ س)} \text{ المحيطية} = \frac{1}{4} \text{ ق (ب م س)} \text{ المركزية } \leftarrow 4$$

$$\text{من ٣ ، ٤ : } \therefore \text{ق (ب أ س)} = \frac{1}{4} \text{ ق (د)}$$

٢٠ في الشكل المقابل:



د ، هـ منتصف أ ب ، أ ج
على الترتيب
ق (أ) = ١٢٠°
اثبت أن:
Δ س ص م متساوي الأضلاع

الحل

∴ د منتصف أ ب ∴ م د ⊥ أ ب

$$\therefore \text{ق (م د أ)} = 90^\circ$$

∴ هـ منتصف أ ج ∴ م هـ ⊥ أ ج

$$\therefore \text{ق (م هـ أ)} = 90^\circ$$

∴ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠°

$$\therefore \text{ق (د م هـ)} = (120 + 90 + 90) - 360 = 60^\circ$$

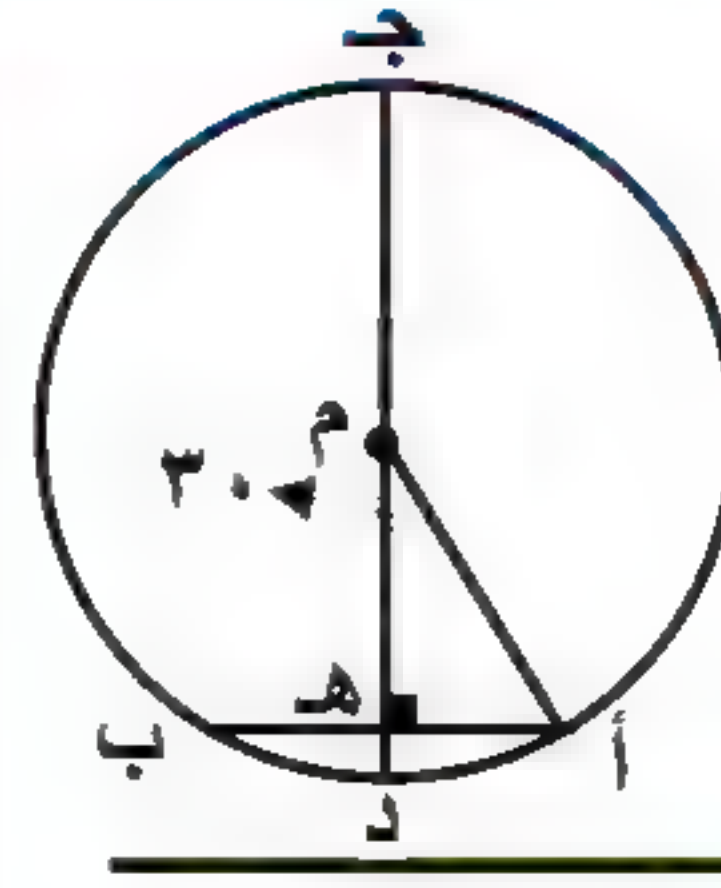
$$\therefore \text{ق (ص م س)} = 60^\circ \text{ بالتقابل بالرأس}$$

$$\therefore \text{م ص} = \text{م س} \text{ (أنصاف أقطار)}$$

$$\therefore \text{ق (م ص س)} = \text{ق (م س ص)} = 60^\circ$$

∴ Δ س ص م متساوي الأضلاع (جميع زواياه ٦٠°)

٢١) في الشكل المقابل:



الحل

جد قطر في الدائرة م
م هـ \perp أ ب

ق (أ م هـ) = 30°
أ ب = ١٠ سم

أوجد طول ج د ، م هـ

\therefore م هـ \perp أ ب \therefore هـ منتصف أ ب \therefore أ هـ = ٥ سم

\therefore ق (أ م هـ) = 30° \therefore أ هـ = $\frac{1}{2}$ أ م \therefore أ م = ١٠ سم

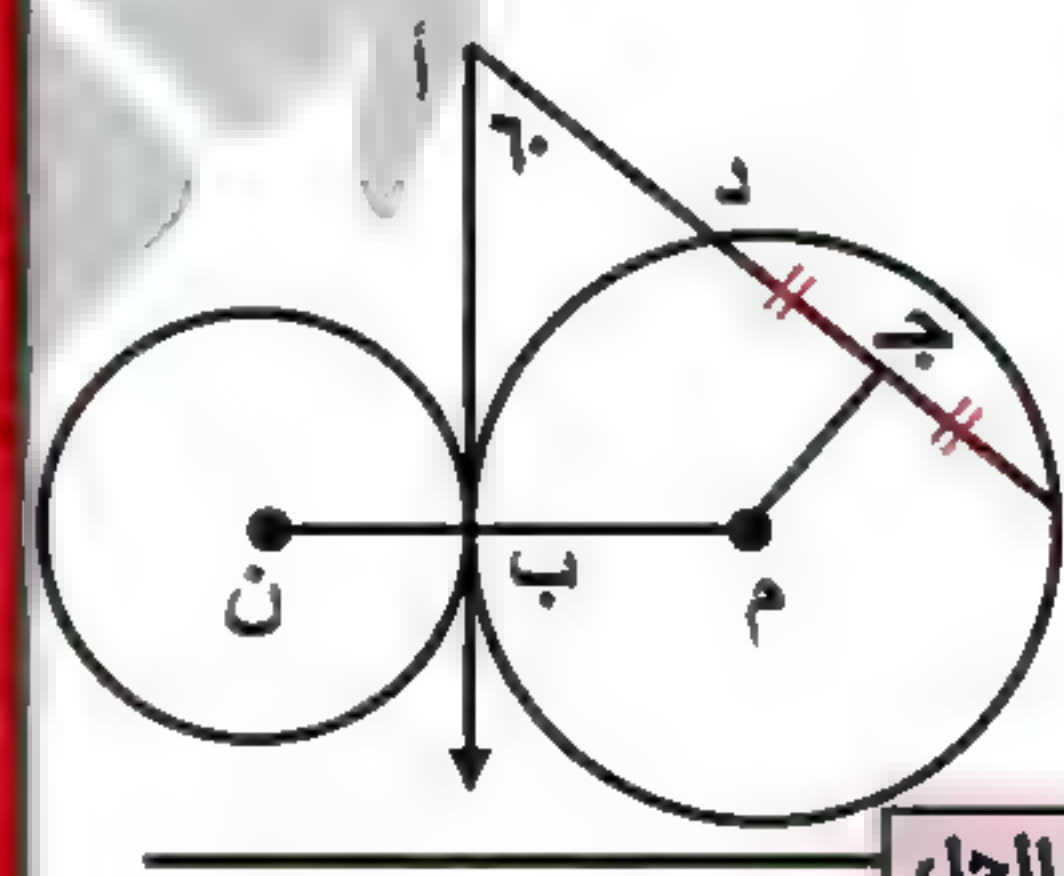
\therefore القطر ج د = $2 \times ١٠ = ٢٠$ سم المطلوب الأول

في Δ م هـ أ من فيثاغورث:

$$(م هـ)^2 = (أ م)^2 - (أ هـ)^2 = 100 - 25 = 75$$

$$\therefore م هـ = \sqrt{75} = 5\sqrt{3} \text{ سم}$$

٢٢) في الشكل المقابل:



الحل

م ، ن دائرتان متماستان

ج منتصف د هـ

ق (أ) = 60°

أوجد ق (ج م ب)

\therefore ج منتصف د هـ \therefore م ج \perp د هـ

\therefore ق (أ ج م) = 90°

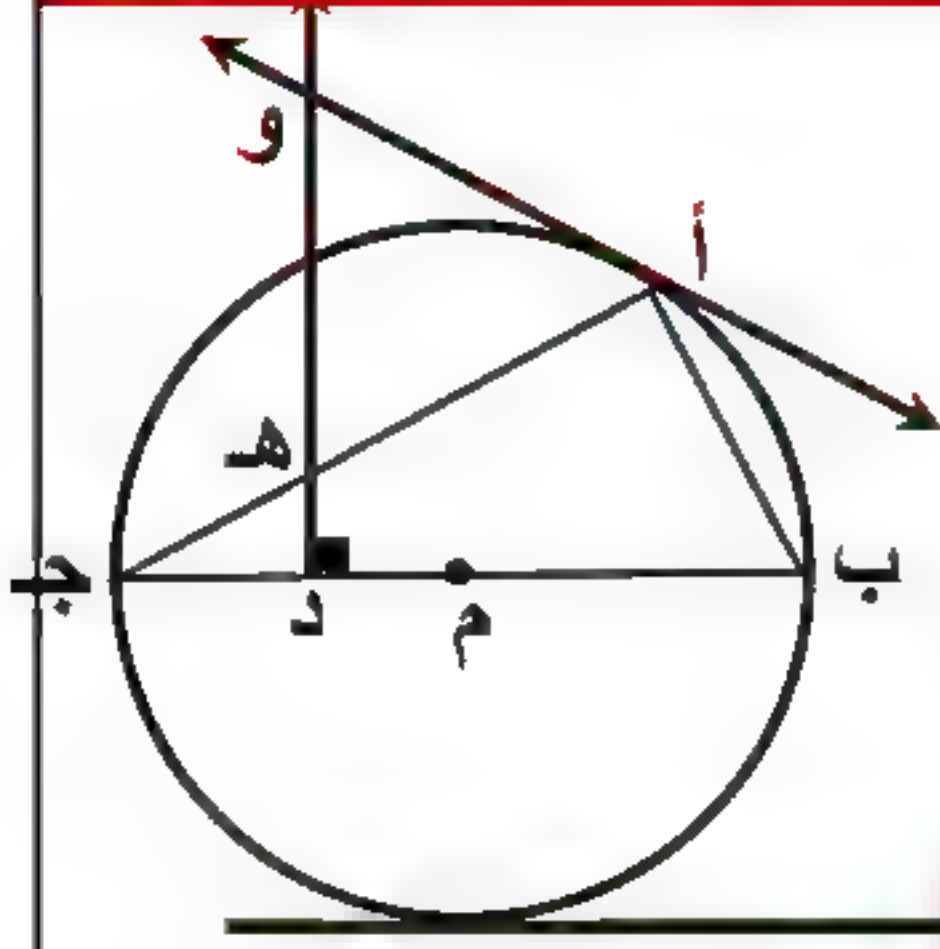
\therefore م ن خط مركزين ، أ ب مماس مشترك

\therefore م ن \perp أ ب \therefore ق (أ ب م) = 90°

\therefore مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي أ ب م ج = 360°

\therefore ق (ج م ب) = $360 - (60 + 90 + 90) = 120^\circ$

٢٣) في الشكل المقابل:



الحل

\therefore ب ج قطر

\therefore ق (ب أ ج) = 90° (محيطية في نصف دائرة) $\leftarrow 1$

\therefore د و \perp ب ج \therefore ق (هـ د ج) = 90° $\leftarrow 2$

من ١ ، ٢ ينتج أن:

ق (هـ د ج) الخارجة = ق (ب أ ج) المقابلة للمجاورة

\therefore الشكل أ ب د هـ رباعي دائري

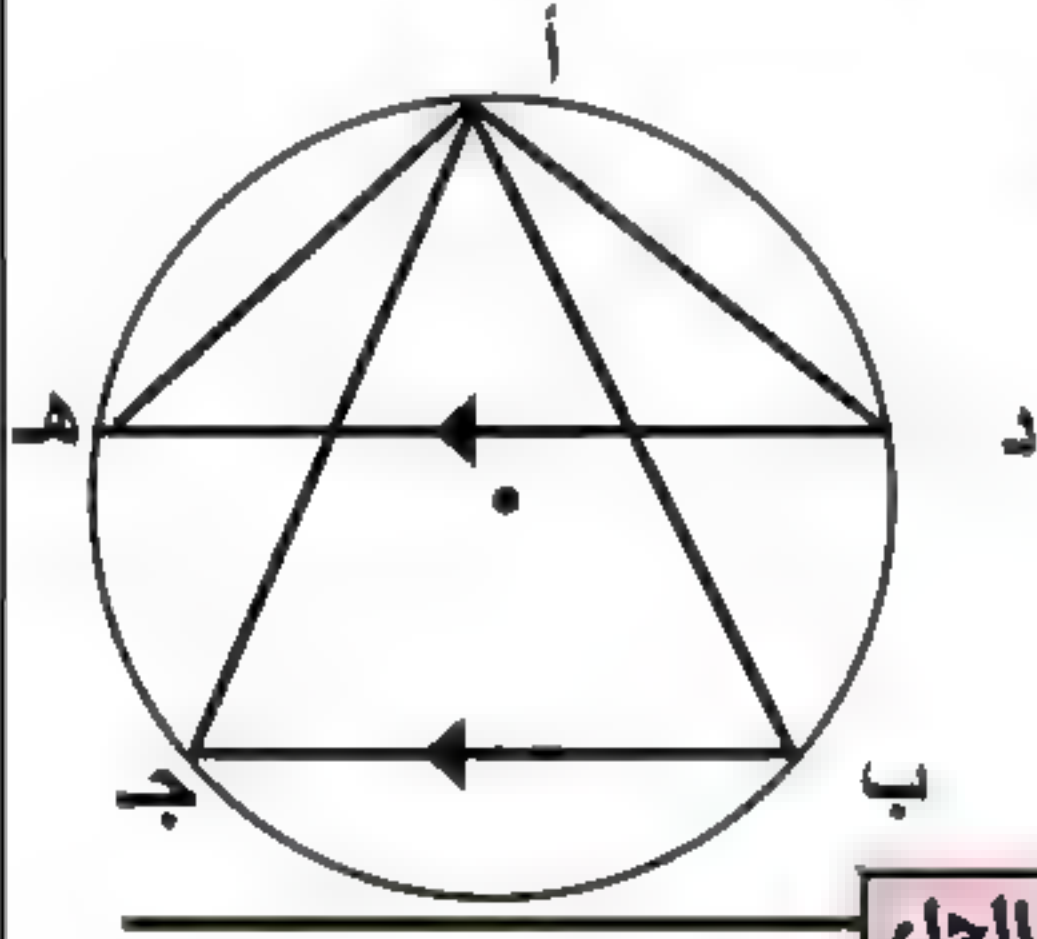
\therefore ق (أ هـ و) الخارجة = ق (ب) المقابلة للمجاورة $\leftarrow 3$

\therefore ق (و أ هـ) المماسية = ق (ب) المحيطية $\leftarrow 4$

من ٢ ، ٤ ينتج أن: ق (أ هـ و) = ق (و أ هـ)

\therefore Δ أ و هـ متساوي الساقين

٢٤) في الشكل المقابل:



الحل

أ ب ج مثلث مرسوم

داخل دائرة

د هـ \parallel ب ج

اثبت أن:

ق (د أ ج) = ق (ب أ هـ)

\therefore د هـ \parallel ب ج

\therefore ق (د ب) = ق (هـ ج)

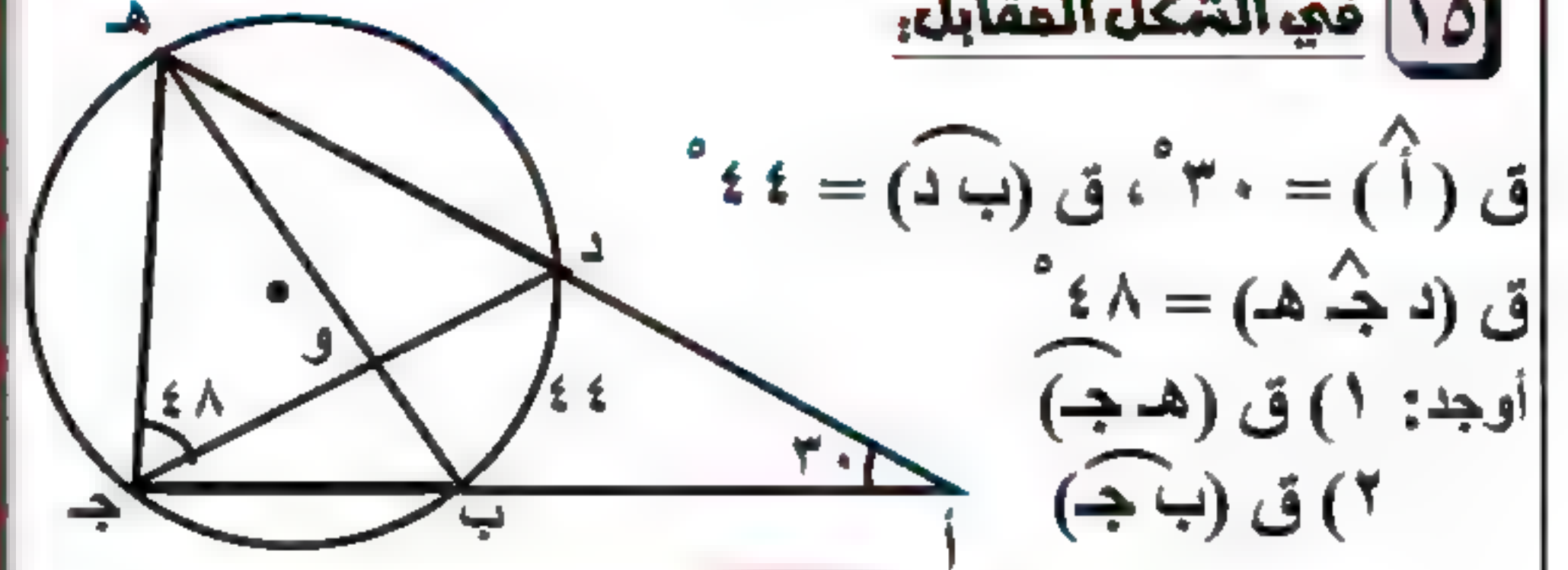
\therefore ق (د أ ب) المحيطية = ق (هـ أ ج) المحيطية

لأنهما محيطيتان أقواسهما متساويتان

وبإضافة ق (ب أ ج) للطرفين

\therefore ق (د أ ج) = ق (ب أ هـ) هـ ط ث

٢٥ في الشكل المقابل:



الحل

من تمرين مشهور ٢:

$$\widehat{C(هـ جـ)} = 2 \times \widehat{A} + \widehat{B} = 2 \times 30^\circ + 44^\circ = 104^\circ$$

$$\text{أولاً} \quad \widehat{C(هـ جـ)} = 104^\circ = 44^\circ + 30^\circ \times 2$$

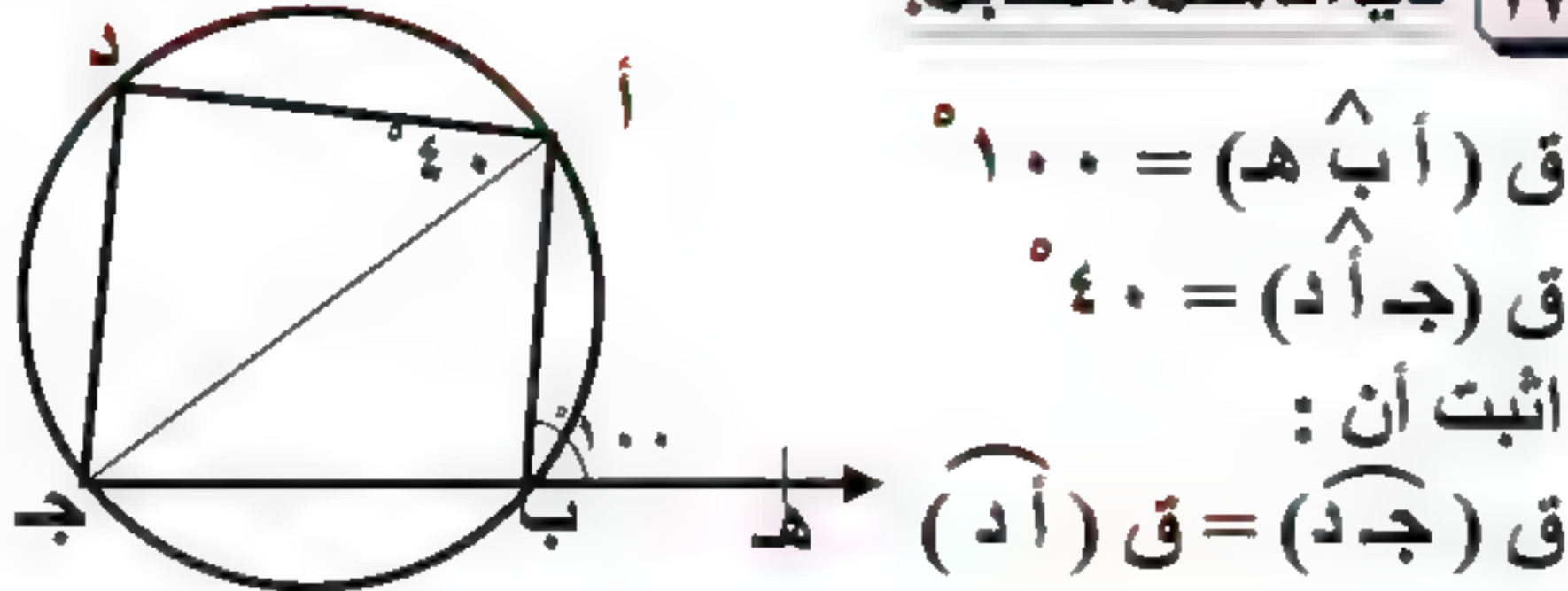
$$\therefore \widehat{C(د جـ هـ)} = \text{المحيطة} = 48^\circ$$

$$\therefore \widehat{C(د هـ)} = 2 \times 48^\circ = 96^\circ$$

$$\therefore \text{قياس الدائرة} = 360^\circ$$

$$\therefore \widehat{C(ب جـ)} = (96^\circ + 104^\circ + 44^\circ) - 360^\circ = 116^\circ$$

٢٧ في الشكل المقابل:



الحل

∴ ∠ABH زاوية خارجة عن الرباعي الدائري AB جـ د

$$\therefore \widehat{C(د)} = \widehat{C(أ ب هـ)} = 100^\circ$$

في Δ أ د جـ:

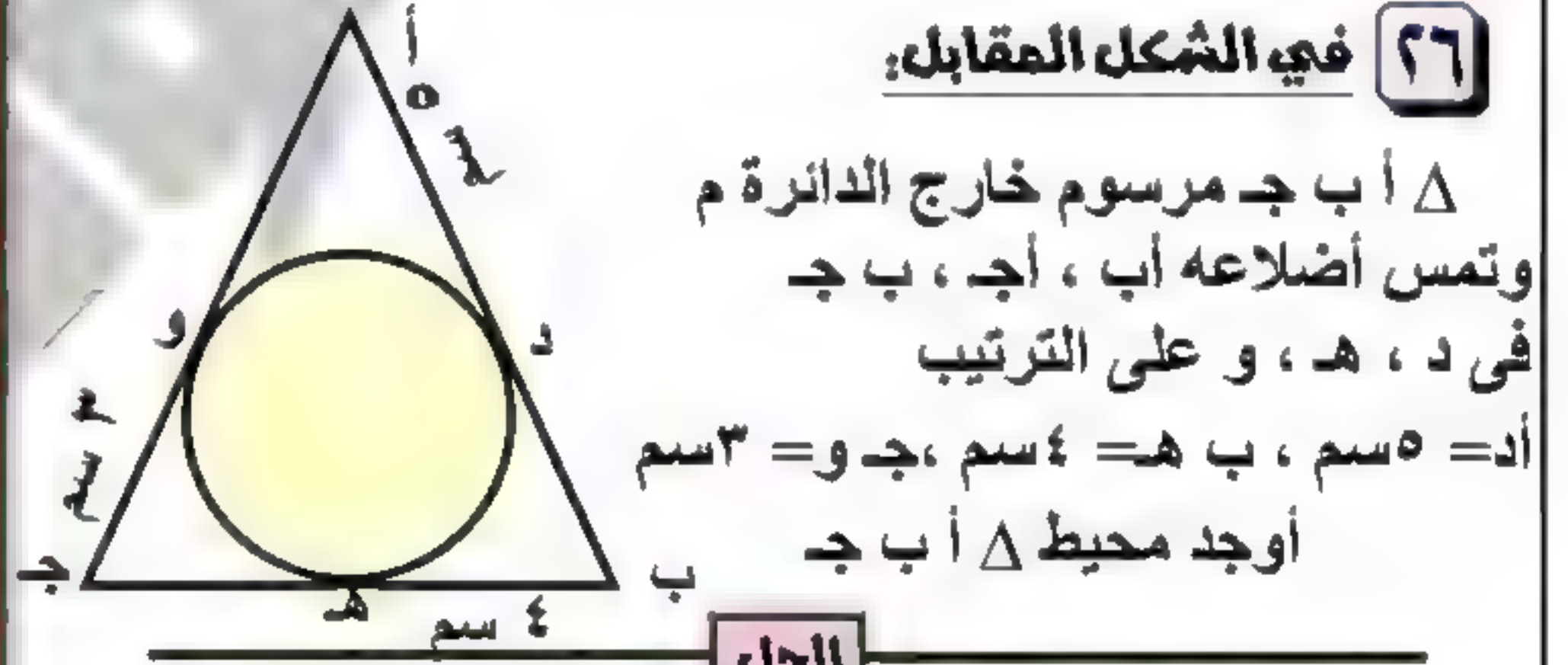
$$\widehat{C(أ جـ د)} = (40^\circ + 100^\circ) - 180^\circ = 40^\circ$$

$$\therefore \widehat{C(د أ جـ)} = \widehat{C(أ جـ د)} = 40^\circ$$

$$\therefore \widehat{أ د} = \widehat{د جـ}$$

$$\therefore \widehat{C(جـ د)} = \widehat{C(أ د)}$$

٢٦ في الشكل المقابل:



الحل

Δ أ ب جـ مرسوم خارج الدائرة م وتمس أضلاعه أ ب ، أ جـ ، ب جـ في د ، هـ ، و على الترتيب

أد = ٥ سم ، ب هـ = ٤ سم ، جـ و = ٣ سم
أوجد محيط Δ أ ب جـ

$$\therefore \overline{أ د} ، \overline{أ و} \text{ قطعتان مماستان}$$

$$\therefore \overline{أ د} = \overline{أ و} = ٥ \text{ سم}$$

$$\therefore \overline{ب د} ، \overline{ب هـ} \text{ قطعتان مماستان}$$

$$\therefore \overline{ب د} = \overline{ب هـ} = ٤ \text{ سم}$$

$$\therefore \overline{جـ هـ} ، \overline{جـ و} \text{ قطعتان مماستان}$$

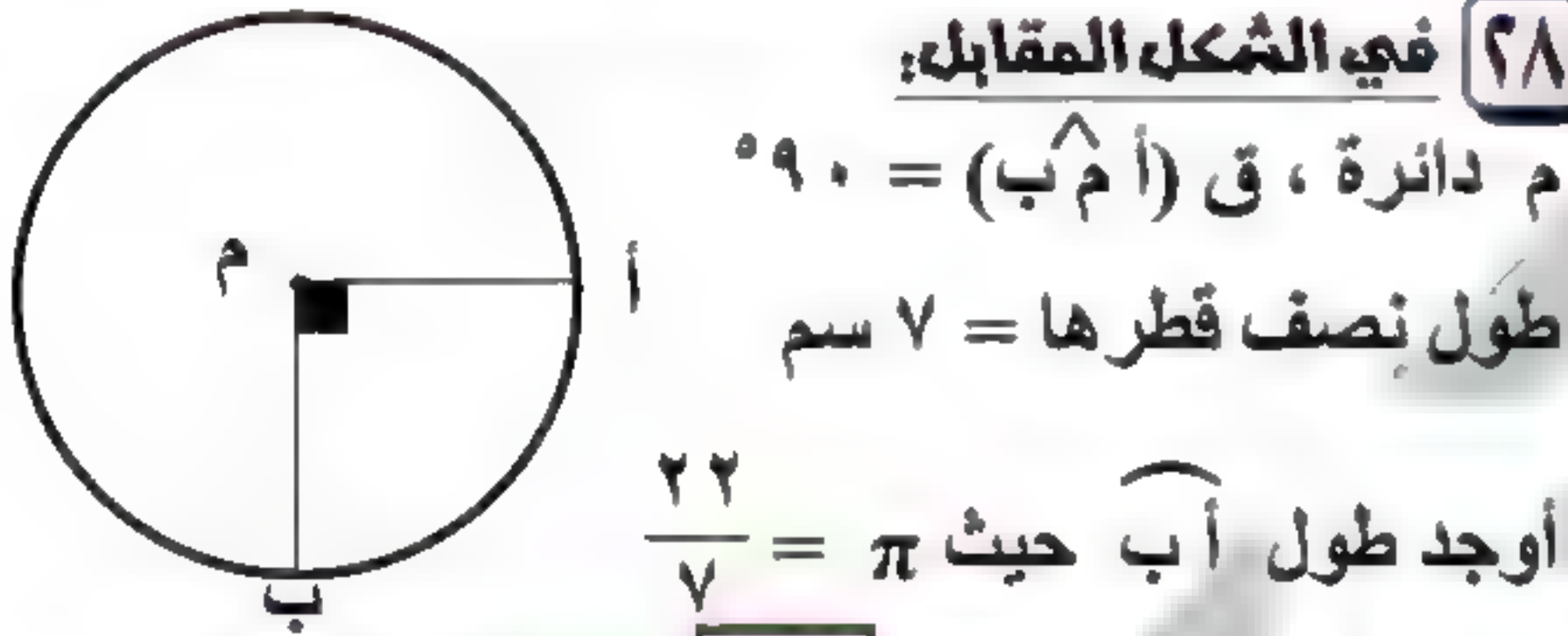
$$\therefore \overline{جـ هـ} = \overline{جـ و} = ٣ \text{ سم}$$

$$\therefore \overline{أ ب} = ٥ + ٤ = ٩ \text{ سم} ، \overline{أ جـ} = ٣ + ٥ = ٨ \text{ سم}$$

$$\overline{ب جـ} = ٣ + ٤ = ٧ \text{ سم}$$

$$\therefore \text{محيط } \Delta \text{ أ ب جـ} = ٩ + ٨ + ٧ = ٢٤ \text{ سم}$$

٢٨ في الشكل المقابل:



الحل

$$\therefore \widehat{C(أ ب)} = 90^\circ$$

$$\text{طول القوس} = \frac{\text{قياس القوس}}{360^\circ} \times 2\pi \times \text{نق}$$

$$= \frac{90^\circ}{360^\circ} \times 2\pi \times ٧ = 11\pi \text{ سم}$$

٢٩ أوجد قياس القوس الذي يمثل $\frac{1}{3}$ الدائرة.

ثم احسب طول هذا القوس إذا كان طول نصف قطر الدائرة ٧ سم.

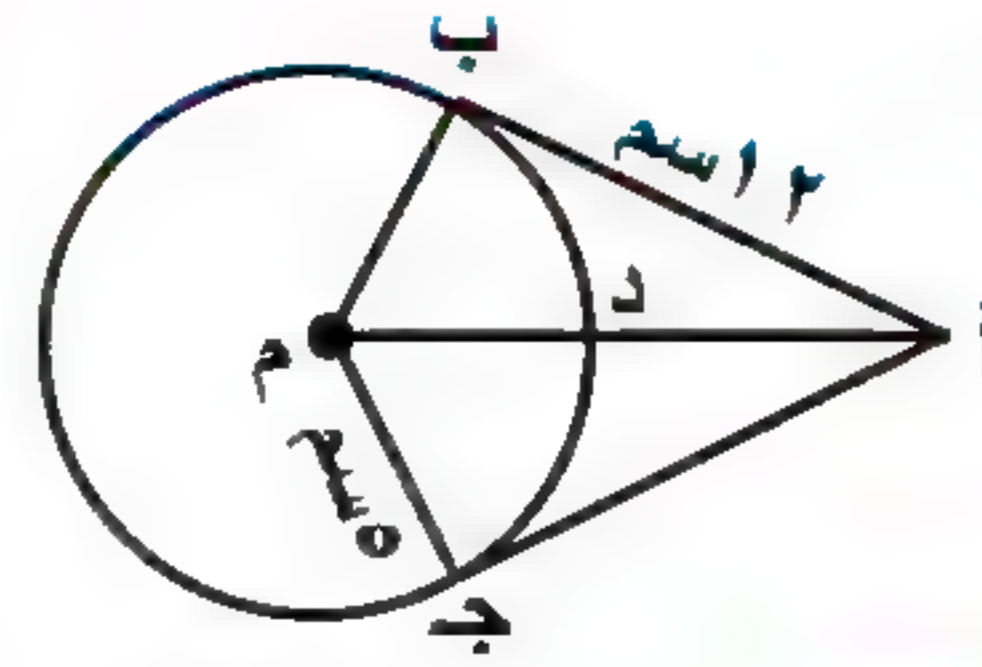
الحل

$$\text{قياس القوس الذي يمثل } \frac{1}{3} \text{ الدائرة} = \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$$

$$\text{طول القوس} = \frac{\text{قياس القوس}}{360^\circ} \times 2\pi \times \text{نق}$$

$$= \frac{120^\circ}{360^\circ} \times 2\pi \times ٧ = 14.6\pi \text{ سم}$$

٣٠ في الشكل المقابل:



أ ج ، أب مماستان
أب = ١٢ سم
ج م = ٥ سم
أوجد طول: أ ج ، أ د

الحل

∴ أب = أ ج قطعان مماستان

∴ أ ج = ١٢ سم المطلوب الأول

∴ أ ج مماسة ، م ج نصف قطر

∴ م ج ⊥ أ ج ∴ Δ أ ج م قائم

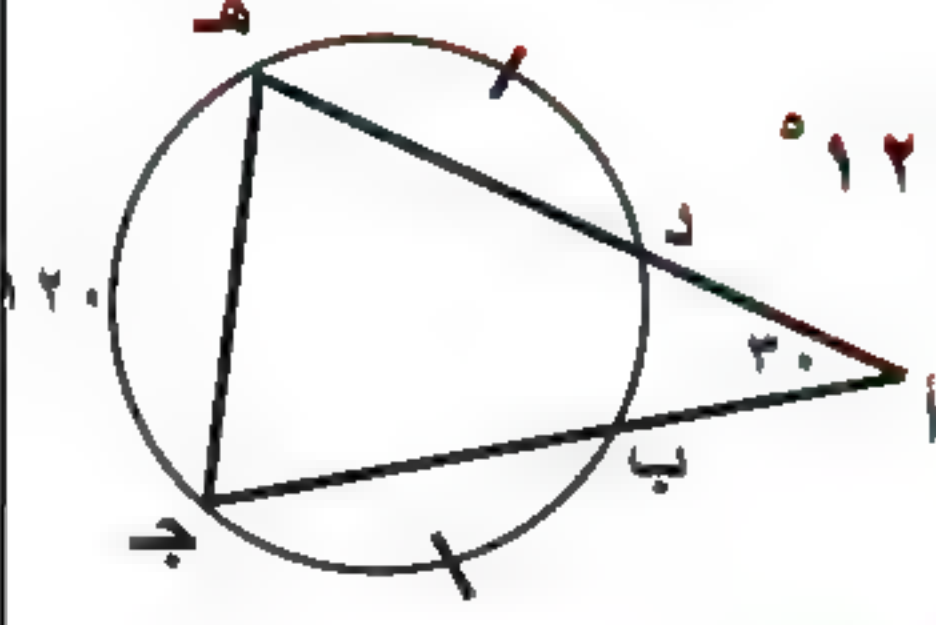
في Δ أ ج م من فيثاغورث:

∴ (أ م)^٢ = ١٤٤ + ٢٥ = ١٦٩ ∴ أ م = ١٣ سم

∴ م د = م ج = ٥ سم (أنصاف أقطار)

∴ أ د = ١٣ - ٥ = ٨ سم المطلوب الثانى

٣٢ في الشكل المقابل:



ق (أ) = ٣٠° ، ق (هـ ج) = ١٢٠°
ق (ب ج) = ق (د هـ)

١- أوجد: ق (ب د) الأصغر

٢- اثبت أن: أب = أ د

الحل

من تمرين مشهور ٢:

ق (ب د) = ق (هـ ج) - ق (أ) = ١٢٠ - ٦٠ = ٦٠°

∴ ق (د هـ) = ق (ب ج) بإضافة ق (د ب) للطرفين

∴ ق (ب د هـ) = ق (د ب ج)

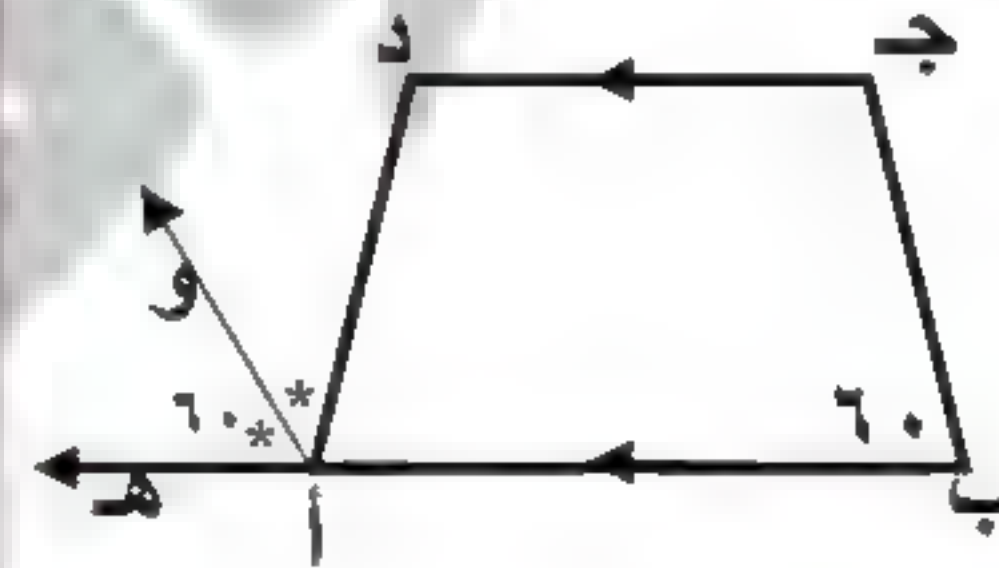
∴ ق (ج د هـ) المحيطية = ق (هـ د هـ) المحيطية

∴ أ ج = أ هـ (١)

∴ ق (ب ج) = ق (د هـ) ∴ ب ج = د هـ (٢)

بطرح ٢ من ١ ينتج أن: أب = أ د

٣١ في الشكل المقابل:



اثبت أن: الشكل أب ج د رباعى دائرى

الحل

∴ أ و ينصف د أ هـ

∴ ق (د أ هـ) = ٢ × ٦٠ = ١٢٠° (١)

∴ ج د // ب هـ

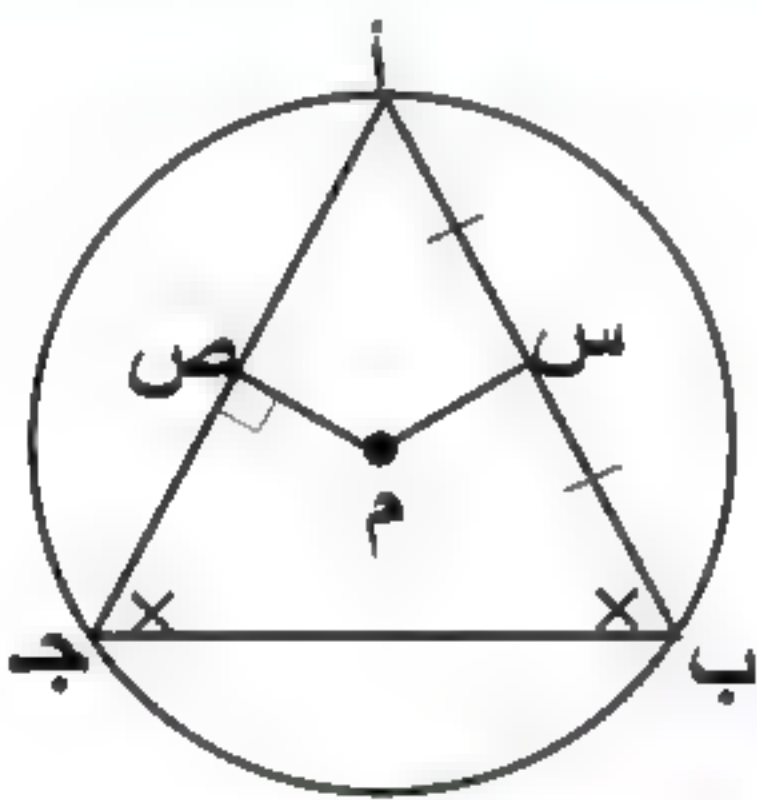
∴ ق (ج د) = ١٨٠ - ٦٠ = ١٢٠° بالتداخل (٢)

من ١ ، ٢ ينتج أن:

ق (د أ هـ) الخارجة = ق (ج د) المقابلة للمجاورة

∴ الشكل أب ج د رباعى دائرى

٣٢ في الشكل المقابل:



أ ب ج Δ مرسوم داخل دائرة م
ق (ب) = ق (ج)
س منتصف أب ، م ص ⊥ أ ج
اثبت أن: م س = م ص

الحل

∴ س منتصف أب

∴ م س ⊥ أ ب

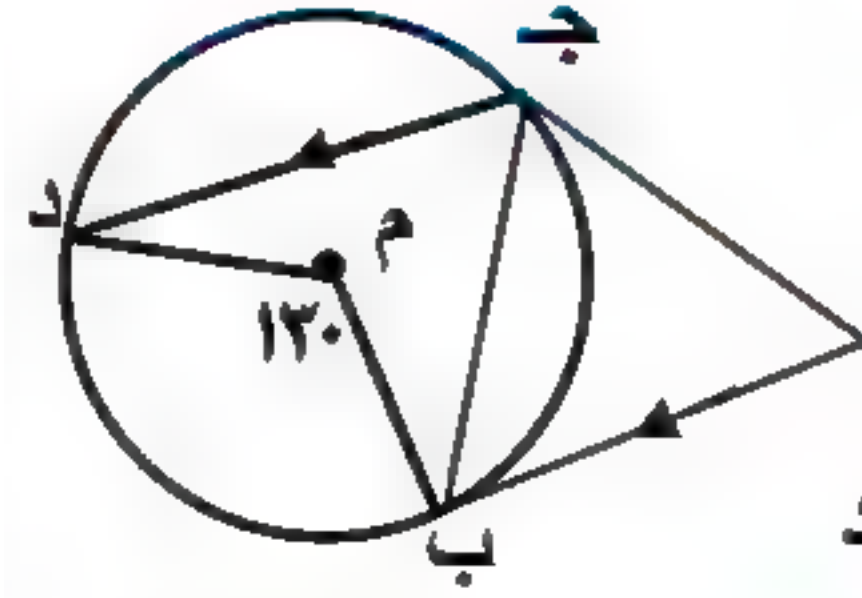
في Δ أ ب ج:

∴ ق (ب) = ق (ج)

∴ أب = أ ج أوتار متساوية

∴ م س = م ص (أبعاد متساوية)

٣٤ في الشكل المقابل:



أ ب ، أ ج قطعتان مماستان
أ ب // ج د ،

ق (ب م د) = 130°

١- اثبت أن : ج ب ينصف أ ج د

٢- أوجد ق (أ)

الحل

∴ ق (ب ج د) المحيطية = $\frac{1}{2}$ ق (م) المركزية

∴ ق (ب ج د) = 65°

∴ أ ب // ج د

∴ ق (أ ب ج) = ق (ب ج د) = 65° بالتبادل (١)

∴ أ ب = ب ج (قطعتان مماستان)

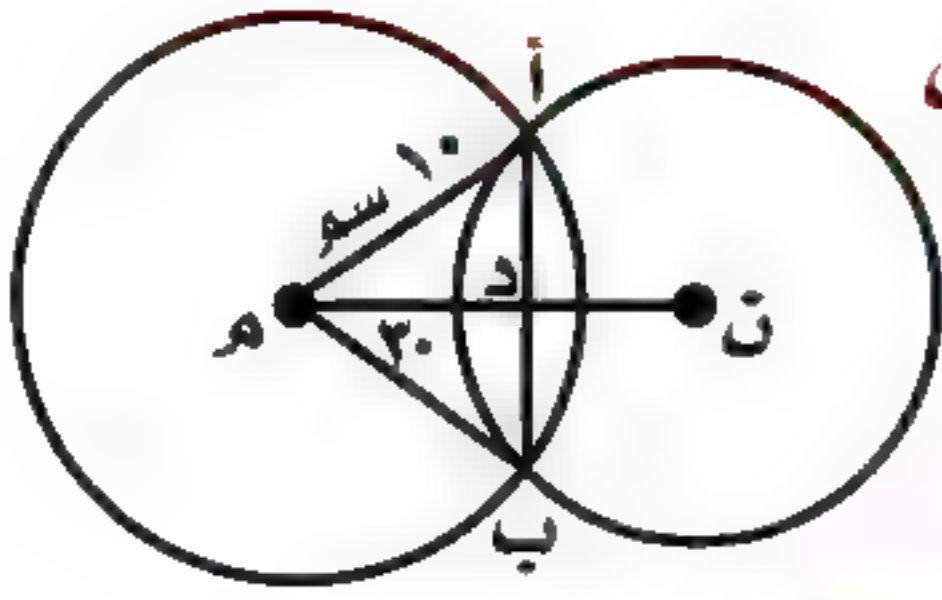
∴ ق (أ ب ج) - ق (أ ج ب) = 65° (٢)

من ١ ، ٢ ينتج أن : ق (ب ج د) = ق (أ ج ب)

∴ ج ب ينصف أ ج د المطلوب الأول

ق (أ) = 180° - (65° + 65°) = 50°

٣٦ في الشكل المقابل:



م ، ن دائرتان متقاطعتان

م أ = 10 سم

ق (ب م ن) = 30°

أوجد طول أ ب

الحل

∴ م أ = م ب أنصاف أقطار

∴ م ب = 10 سم

∴ م ن خط مركزي ، أ ب وتر مشترك

∴ أ ب ⊥ م ن ∴ Δ م د ب قائم في د

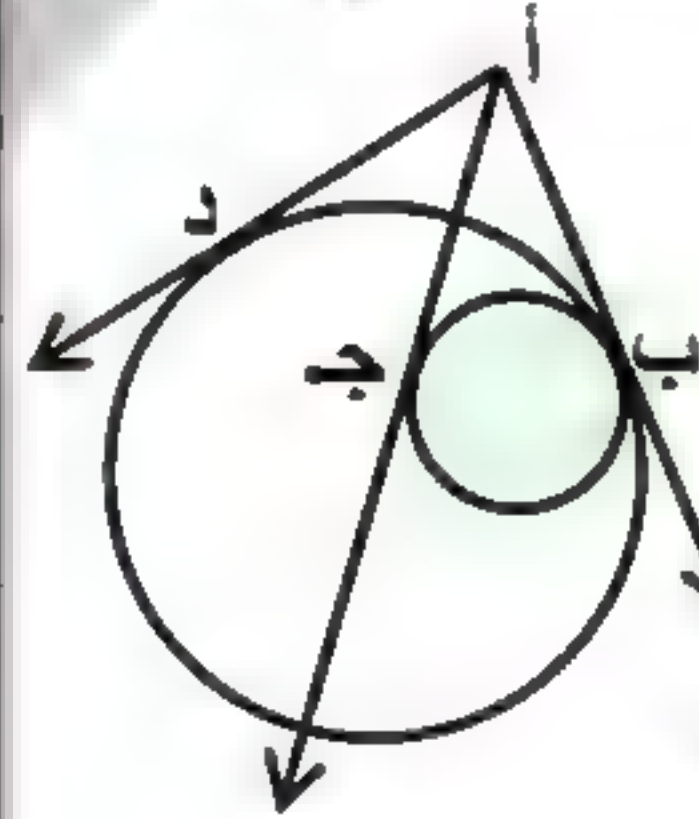
في Δ م د ب:

د ب = $\frac{1}{2}$ م ب = 5 سم (ضلع مقابل للزاوية 30°)

∴ خط المركزين م ن ينصف الوتر المشترك أ ب

∴ أ ب = 2 × 5 = 10 سم

٣٥ في الشكل المقابل:



دائرتان متماستان من الداخل في ب

أ ب مماس مشترك للدائرتين

أ ج مماس للصغرى ، أ د مماس للكبرى

أ ج = 15 سم ، أ ب = (3 - 2) سم

أ د = (2 - 3) سم أوجد قيمة س ، ص

الحل

∴ أ ب = أ ج قطعتان مماستان للدائرة الصغرى

∴ أ ب = 15

∴ 15 = 3 - 2 س ∴ 2 س = 18

∴ س = 9

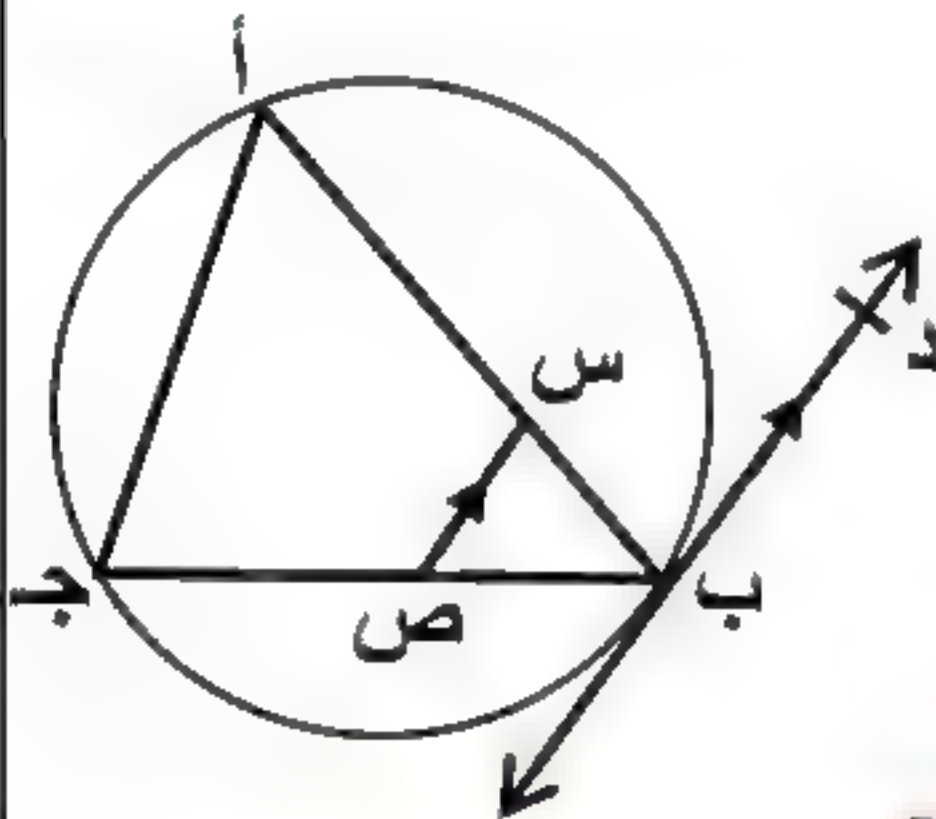
∴ أ ب = أ د قطعتان مماستان للدائرة الكبرى

∴ 15 = 2 - ص

∴ أ د = 15

∴ ص = 17

٣٧ في الشكل المقابل:



أ ب ج د Δ مرسوم داخل دائرة

س ص // ب د

اثبت أن :

أ س ص ج رباعي دائري

الحل

∴ س ص // ب د

∴ ق (أ ب د) = ق (ص س ب) بالتبادل (١)

∴ ق (أ ب د) المماسية = ق (ج د) المحيطية (٢)

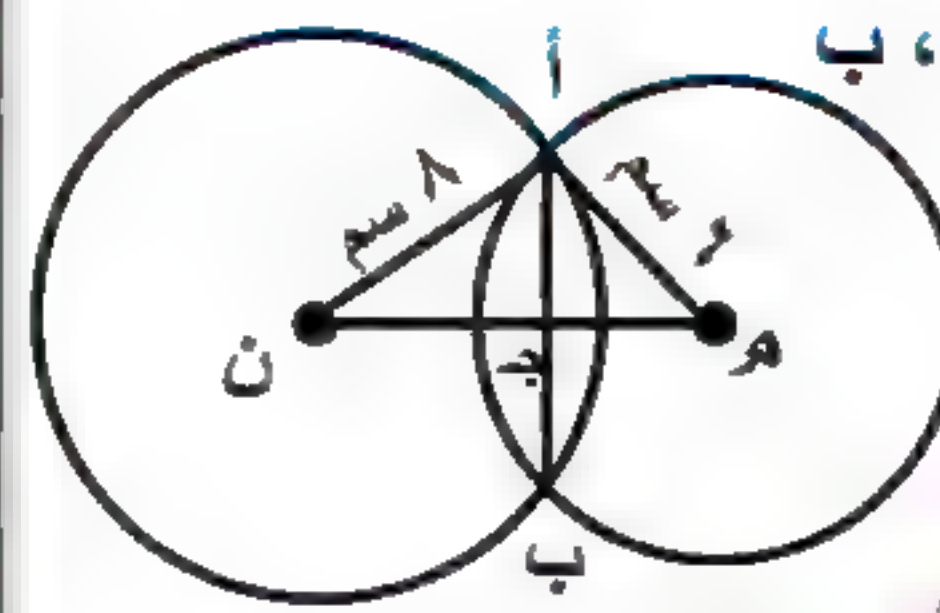
من ١ ، ٢ ينتج أن :

ق (ص س ب) = ق (ج د)

أي أن : قياس الزاوية الخارجة = قياس المقابلة للمجاورة

∴ الشكل أ س ص ج رباعي دائري

٣٨ في الشكل المقابل:



م، ن دائرتان متقاطعتان في أ، ب
 م أ = ٦ سم، ن أ = ٨ سم
 م أ ⊥ ن أ

أوجد طول أ ب

الحل

في Δ م ن (من فيثاغورث):

$$١٠٠ = ٦^2 + ٨^2 = (م ن)^2$$

$$١٠ = م ن$$

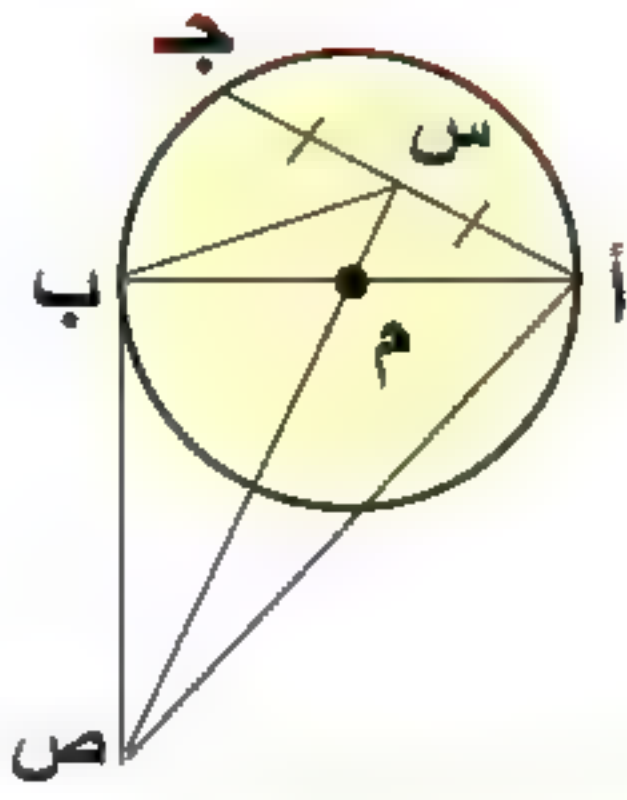
أ ب وتر مشترك ∴ م ن ⊥ أ ب

$$\text{من إقليدس: أ ج} = \frac{م ن \times ن أ}{م أ} = \frac{١٠ \times ٨}{٦} = ١٣,٣ \text{ سم}$$

أ ب وتر مشترك ∴ م ن ينصف أ ب

$$∴ أ ب = ٢ \times ١٣,٣ = ٢٦,٦ \text{ سم}$$

٤٠ في الشكل المقابل:



أ ب قطر في الدائرة م
 س منتصف أ ج، ب ص مماس
 أثبت أن:
 الشكل أ س ب ص رباعي دائري

الحل

$$∴ س منتصف أ ج ∴ م س ⊥ أ ج$$

$$∴ ق (أ س م) = ٩٠^\circ \leftarrow (١)$$

∴ ب ص مماس، أ ب قطر ∴ أ ب ⊥ ب ص

$$∴ ق (م ب ص) = ٩٠^\circ \leftarrow (٢)$$

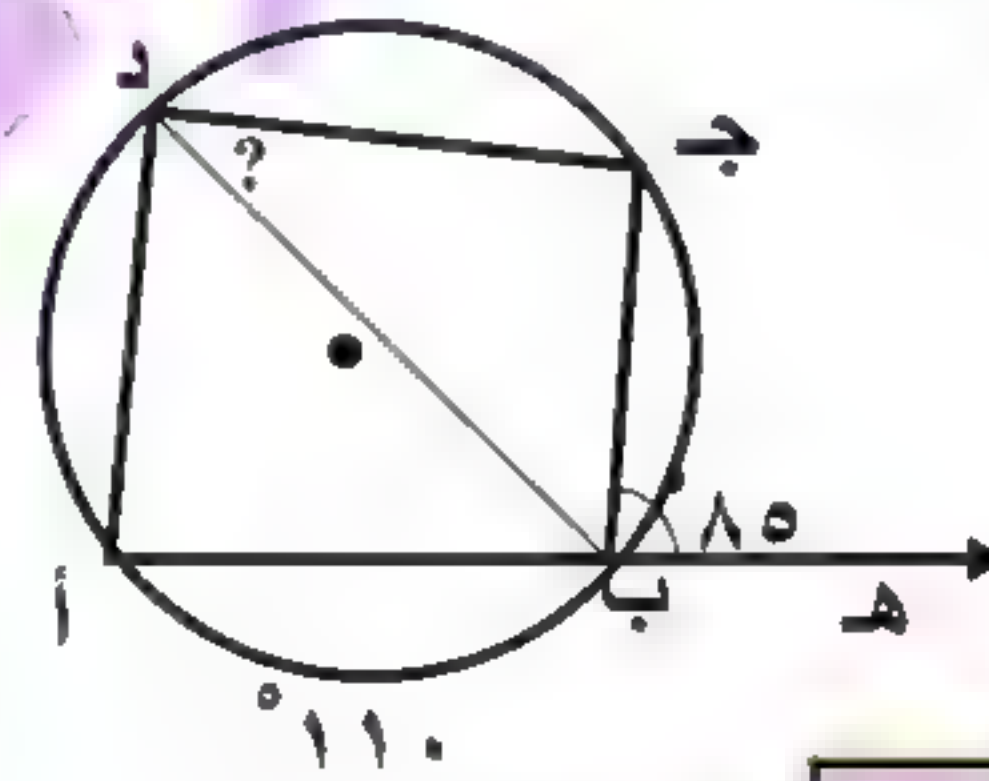
من ١، ٢ ينتج أن:

$$ق (أ س ص) = ق (أ ب ص)$$

وهما مرسومتان على قاعدة واحدة وهي أ ص وفي جهة واحدة منها

∴ أ س ب ص رباعي دائري

٣٩ في الشكل المقابل:



ه ∩ أ ب
 ق (أ ب) = ١١٠
 ق (ج ب ه) = ٨٥
 أوجد ق (ب د ج)

الحل

$$∴ ق (أ ب) = ١١٠$$

$$∴ ق (ب د أ) المحيطية = \frac{١}{٢} ق (أ ب) = \frac{١١٠}{٢} = ٥٥$$

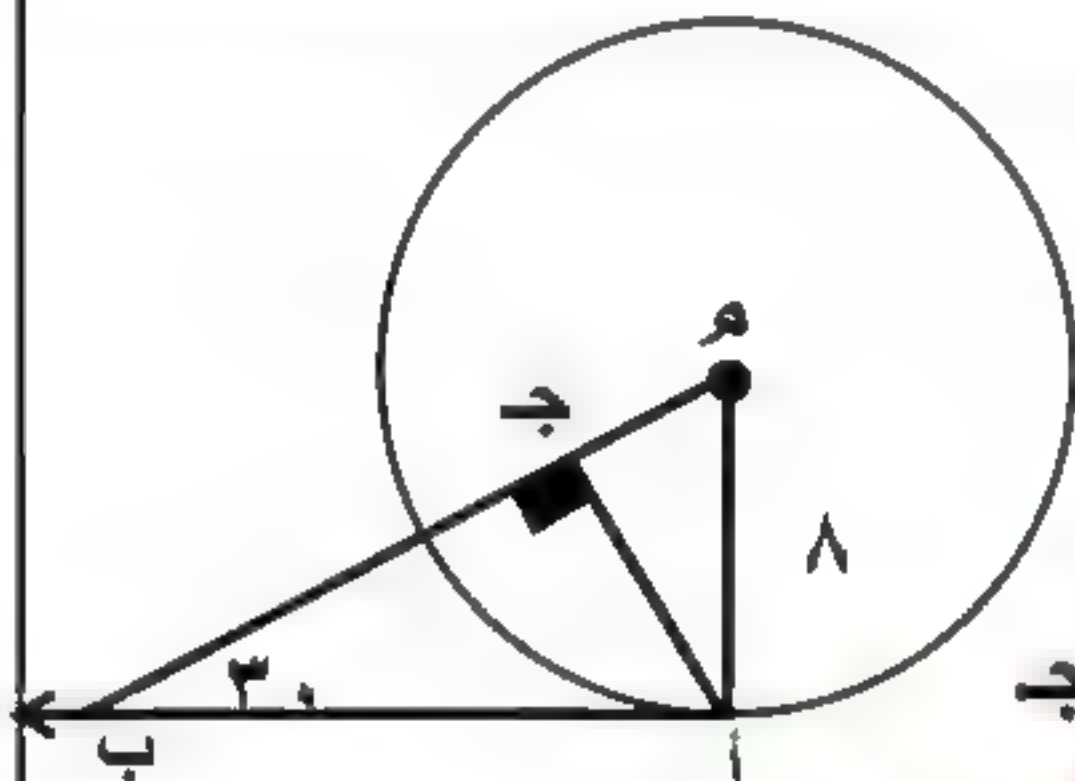
∴ ج ب ه خارجة عن الرباعي الدائري أ ب ج د

$$∴ ق (ج د أ) = ق (ج ب ه) = ٨٥$$

$$∴ ق (ب د ج) = ق (ج د أ) - ق (ب د أ)$$

$$= ٨٥ - ٥٥ = ٣٠$$

٤١ في الشكل المقابل:



أ ب مماس للدائرة عند أ
 م أ = ٨ سم
 ق (ب) = ٣٠
 أوجد طول كل من أ ب، أ ج

الحل

$$∴ أ ب مماس ∴ م أ ⊥ أ ب ∴ Δ م أ ب قائم$$

$$∴ ق (م ب أ) = ٣٠ ∴ م ب = ٨ \times ٢ = ١٦ \text{ سم}$$

من فيثاغورث: في Δ م أ ب

$$(أ ب)^2 = ٢٥٦ - ٦٤ = ١٩٢$$

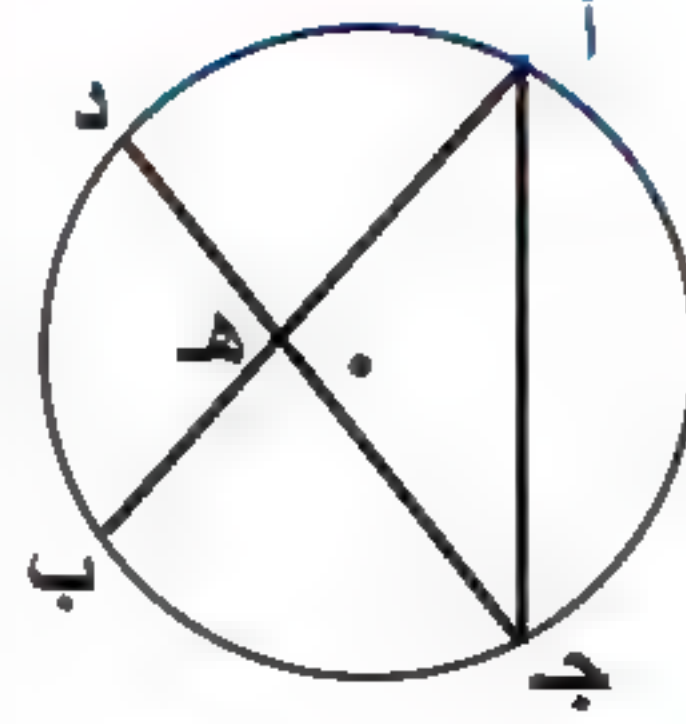
$$∴ أ ب = \sqrt{١٩٢} = ٨\sqrt{٣} \text{ سم}$$

في Δ أ ب ج:

∴ أ ج هو الضلع المقابل للزاوية ٣٠

$$∴ أ ج = \frac{١}{٢} \text{ الوتر أ ب} ∴ أ ج = \frac{١}{٢} \times ٨\sqrt{٣} = ٤\sqrt{٣} \text{ سم}$$

٤٢ في الشكل المقابل:



أب ، جـ د وتران متساويان
في الطول
اثبت أن :
 Δ أ جـ هـ متساوي الساقين

الحل

$$\therefore \text{أب} = \text{جـ د}$$

$$\therefore \widehat{\text{ق (أب)}} = \widehat{\text{ق (جـ د)}}$$

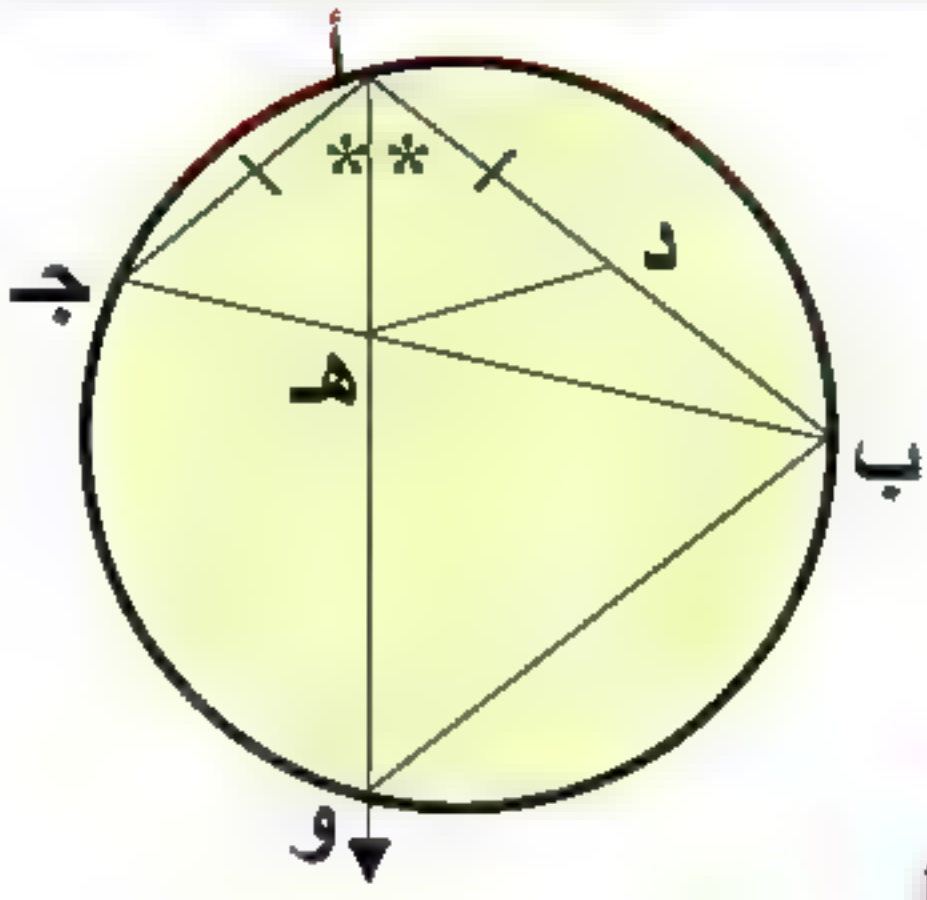
بطرح ق (د ب) من الطرفين

$$\therefore \widehat{\text{ق (أ د)}} = \widehat{\text{ق (ب جـ)}}$$

$$\therefore \widehat{\text{ق (جـ)}} = \widehat{\text{ق (أ)}}$$

$\therefore \Delta$ أ جـ هـ متساوي الساقين

٤٤ في الشكل المقابل:



أد = أجـ ،
أو ينصف ب أجـ
اثبت أن :
د ب هـ و رباعي دائري

الحل

Δ أ د هـ ، أ جـ هـ فيهما:

$$\bullet \text{ ق (د أ هـ)} = \text{ق (جـ أ هـ)}$$

$$\bullet \text{ أد} = \text{أجـ}$$

$$\bullet \text{ أ هـ ضلع مشترك}$$

$$\therefore \Delta \text{ أ د هـ} \equiv \Delta \text{ أ جـ هـ}$$

$$\therefore \widehat{\text{ق (أ جـ هـ)}} = \widehat{\text{ق (أ د هـ)}} \quad \leftarrow (١)$$

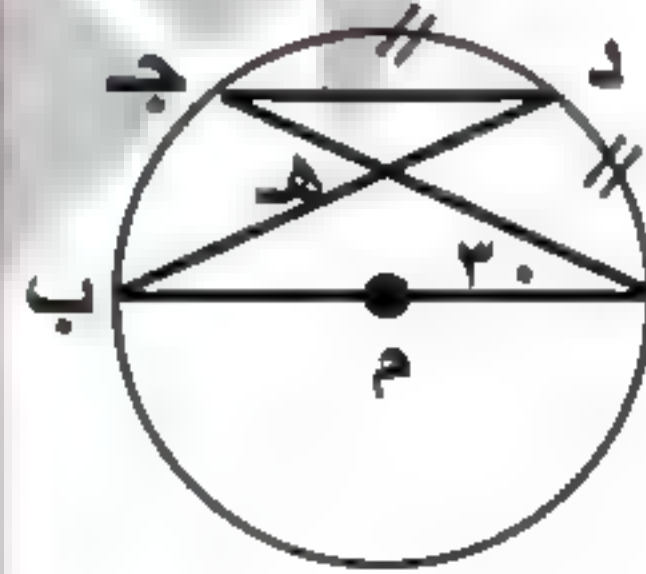
$$\therefore \widehat{\text{ق (أ جـ هـ)}} = \widehat{\text{ق (أ و ب)}} \quad \leftarrow (٢)$$

(لأنهما محيطيتان مشتركتان في القوس أ ب)

من ١، ٢ ينتج أن: ق (أ د هـ) = ق (أ و ب)

\therefore الشكل د ب و هـ رباعي دائري

٤٣ في الشكل المقابل:



أ ب قطر في الدائرة م
ق (جـ أ ب) = 30° ، د منتصف أجـ
١- أوجد ق (ب د جـ) ، ق (أ د)
٢- اثبت أن : أ ب // جـ د

الحل

$$\therefore \widehat{\text{ق (ب د جـ)}} = \widehat{\text{ق (جـ أ ب)}}$$

محيطيتان مشتركتان في جـ ب

$$\therefore \widehat{\text{ق (ب د جـ)}} = 30^\circ \quad \text{أولاً}$$

$$\therefore \widehat{\text{ق (جـ ب)}} = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$$

$$\therefore \widehat{\text{ق (أ د جـ)}} + \widehat{\text{ق (جـ ب)}} = 180^\circ$$

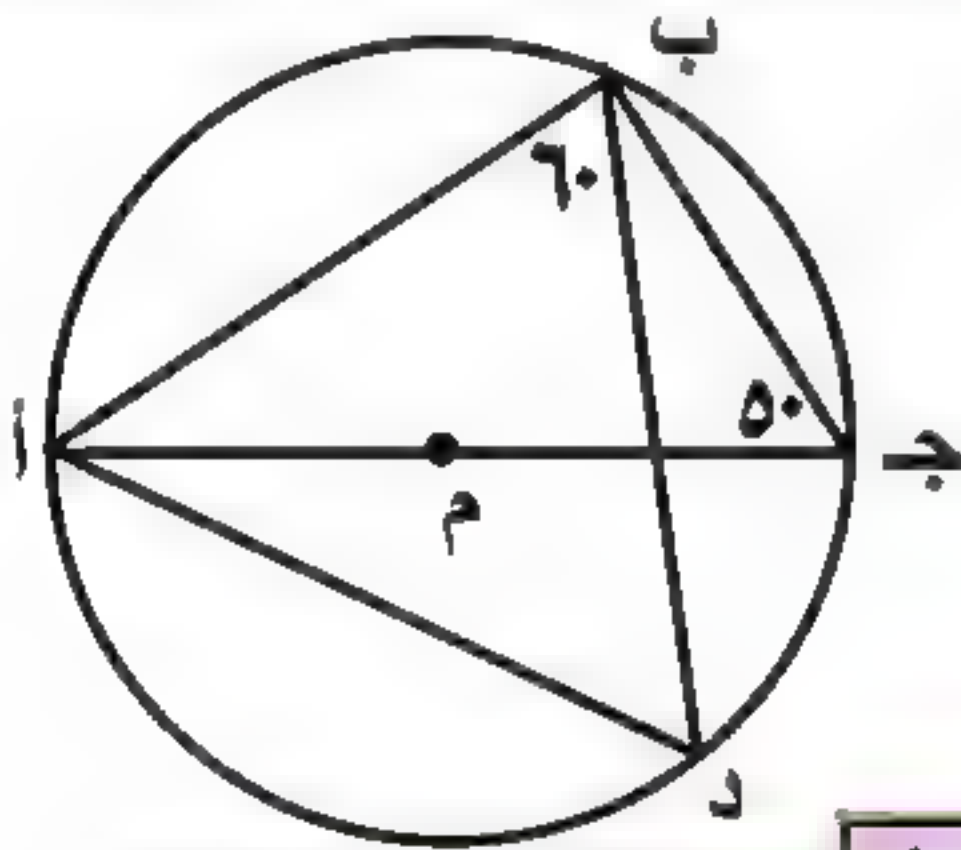
$$\therefore \widehat{\text{ق (أ د جـ)}} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$\therefore \widehat{\text{ق (أ د)}} = \widehat{\text{ق (د جـ)}} \quad \therefore \widehat{\text{ق (أ د)}} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$$

$$\therefore \widehat{\text{ق (د ب أ)}} = \widehat{\text{المحيطية}} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

$$\therefore \widehat{\text{ق (ب د جـ)}} = \widehat{\text{ق (د ب أ)}} \quad \therefore \text{أ ب} // \text{جـ د}$$

٤٥ في الشكل المقابل:



الحل

أ جـ قطر في الدائرة م

$$\widehat{\text{ق (جـ)}} = 50^\circ$$

$$\widehat{\text{ق (أ ب د)}} = 60^\circ$$

$$\text{أوجد: (١) ق (جـ ب د)}$$

$$(٢) \text{ ق (ب أ د)}$$

\therefore أ جـ قطر ، جـ ب أ محيطية مرسومة في نصف دائرة

$$\therefore \widehat{\text{ق (جـ ب أ)}} = 90^\circ$$

$$\therefore \widehat{\text{ق (جـ ب د)}} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

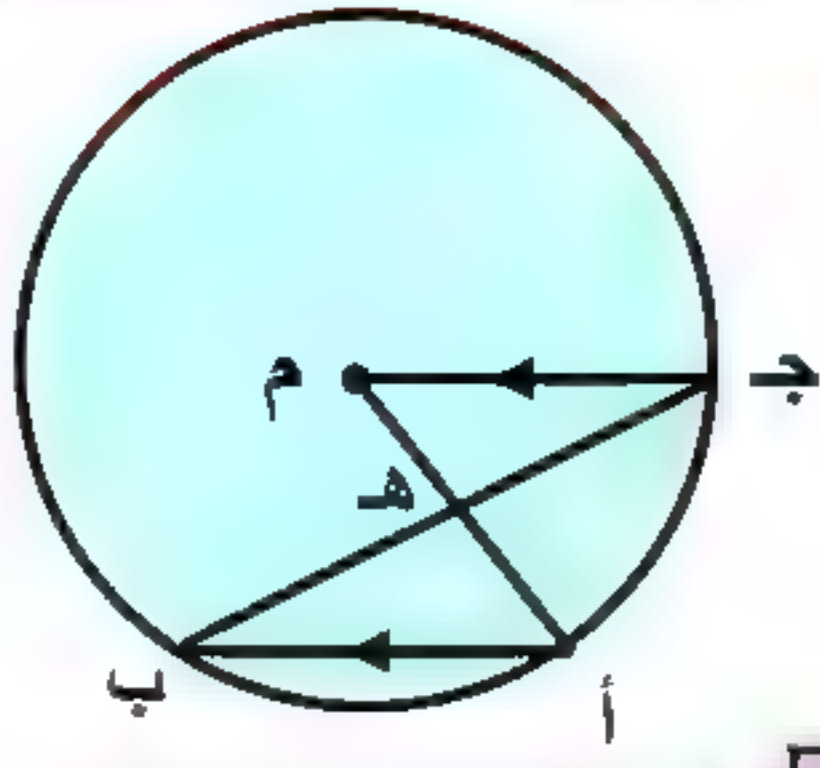
$$\therefore \widehat{\text{ق (ب جـ أ)}} = \widehat{\text{ق (ب د أ)}}$$

محيطيتان مشتركتان في ب أ

$$\therefore \widehat{\text{ق (ب د أ)}} = 50^\circ$$

في Δ ب د أ

$$\therefore \widehat{\text{ق (ب أ د)}} = 180^\circ - (50^\circ + 60^\circ) = 70^\circ$$



٤٩ في الشكل المقابل:

أ ب وتر في الدائرة م

ج م // أ ب

اثبت أن : ب ه < أ ه

الحل

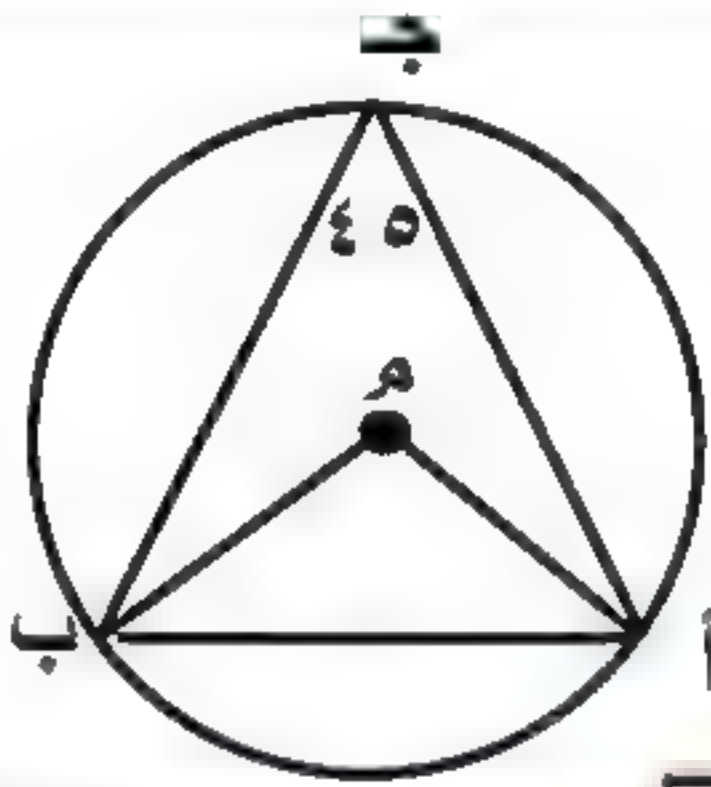
$$\angle ق (م) = \angle ق (ب)$$

مركزية ومحيطية مشتركتان في أ ج

$$\angle ق (م) = \angle ق (أ) \text{ بالتبادل}$$

$$\angle ق (أ) = \angle ق (ب) \text{ في } \triangle أ ه ب$$

$$\angle ق (أ) < \angle ق (ب) \therefore ب ه < أ ه$$



٥٠ في الشكل المقابل:

$$\angle ق (ج) = ٤٥^\circ$$

أوجد ق (م أ ب)

الحل

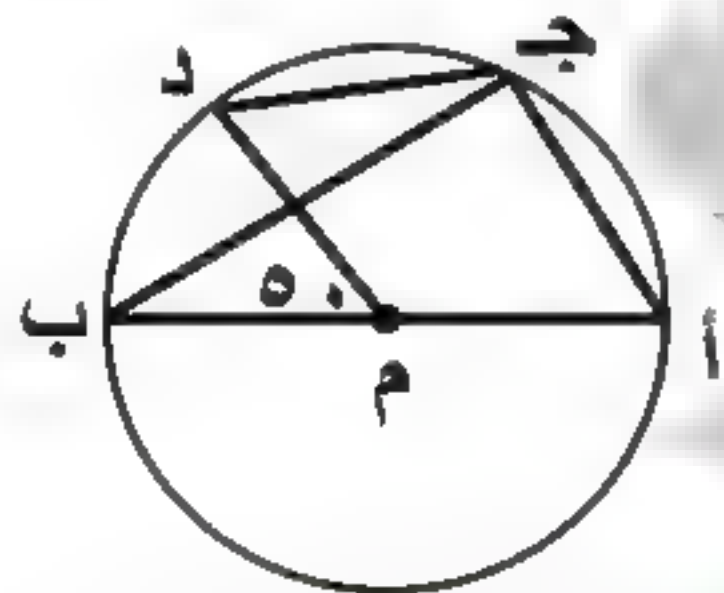
$$\angle ق (أ م ب) \text{ المركزية} = \angle ق (ج) \text{ المحيطية}$$

لأنهما مشتركتان في القوس أ ب

$$\angle ق (أ م ب) = ٩٠^\circ$$

$$\text{في } \triangle م أ ب : \angle م أ ب = \angle م ب أ = \angle ق$$

$$\angle ق (م أ ب) = \angle ق (م ب أ) = \frac{٩٠ - ١٨٠}{٢} = ٤٥^\circ$$



٥١ في الشكل المقابل:

أ ب قطر في الدائرة م

$$\angle ق (د م ب) = ٥٠^\circ$$

أوجد ق (أ ج د)

الحل

أ ب قطر ، أ ج ب محيطية مرسومة في نصف دائرة

$$\angle ق (أ ج ب) = ٩٠^\circ \leftarrow ١$$

$$\angle ق (د ج ب) \text{ المحيطية} = \frac{١}{٢} \angle ق (د م ب) \text{ المركزية}$$

$$\angle ق (د ج ب) = ٢٥^\circ \leftarrow ٢$$

$$\text{بجمع ١، ٢ ينتج أن: } \angle ق (أ ج د) = ٩٠ + ٢٥ = ١١٥^\circ$$

٤٦ أ ب ، أ ج وتران متساويان في الطول في الدائرة م

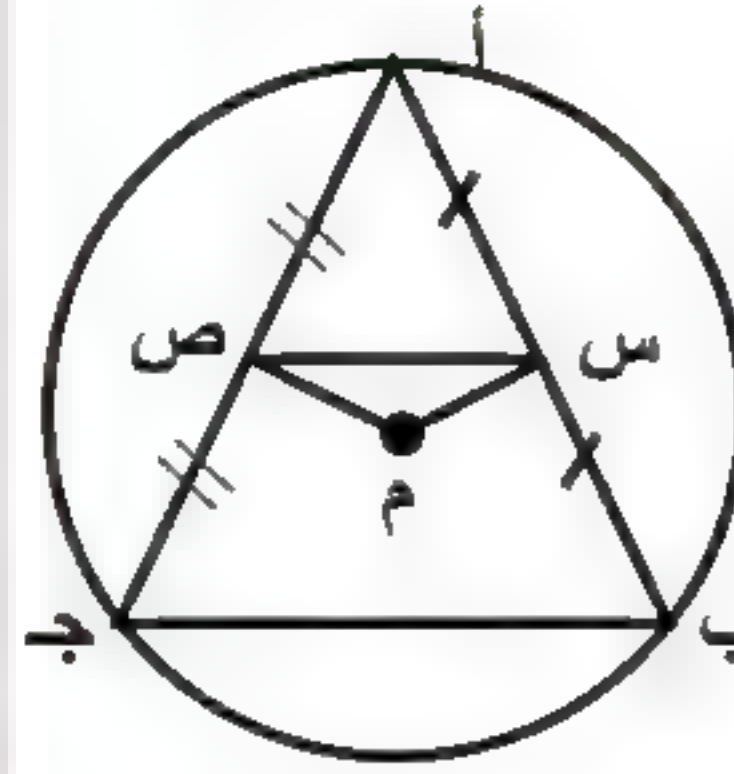
س ، ص منتصفا أ ب ، أ ج على الترتيب

$$\angle ق (م س ص) = ٣٠^\circ$$

اثبت أن : ١ - م س ص متساوي الساقين

٢ - أ س ص متساوي الأضلاع

الحل



$$\therefore \text{س منتصف أ ب} \therefore م س \perp أ ب$$

$$\therefore \text{ص منتصف أ ج} \therefore م ص \perp أ ج$$

$$\therefore أ ب = أ ج \text{ (أوتار متساوية)}$$

$$\therefore م س = م ص \text{ (أبعاد متساوية)}$$

$$\therefore \triangle م س ص \text{ متساوي الساقين}$$

$$\angle ق (م س ص) = ٣٠^\circ , \angle ق (م س أ) = ٩٠^\circ$$

$$\therefore \angle ق (أ س ص) = ٩٠ - ٣٠ = ٦٠^\circ$$

$$\angle ق (أ ص س) = ٦٠^\circ \therefore \angle ق (أ) = ٦٠^\circ$$

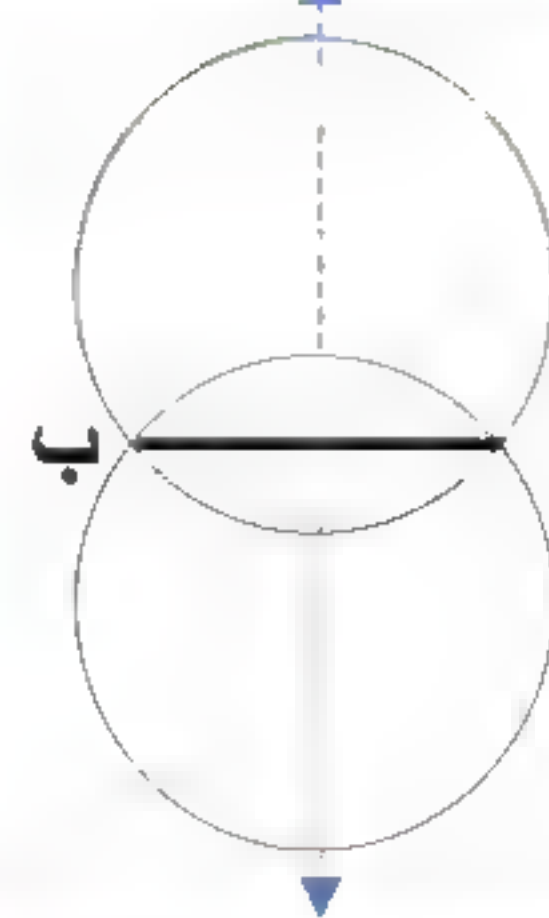
$$\therefore \triangle أ س ص \text{ متساوي الأضلاع}$$

٤٧ باستخدام الأدوات الهندسية ارسم أ ب = ٦ سم

ثم ارسم دائرة قطرها ١٠ سم تمر بالنقطتين أ ، ب

وكم دائرة يمكن رسمها

الحل



$$\text{نق} = ٥ \text{ سم}$$

$$\frac{١}{٢} أ ب = ٣ \text{ سم}$$

$$\therefore \text{نق} < \frac{١}{٢} أ ب$$

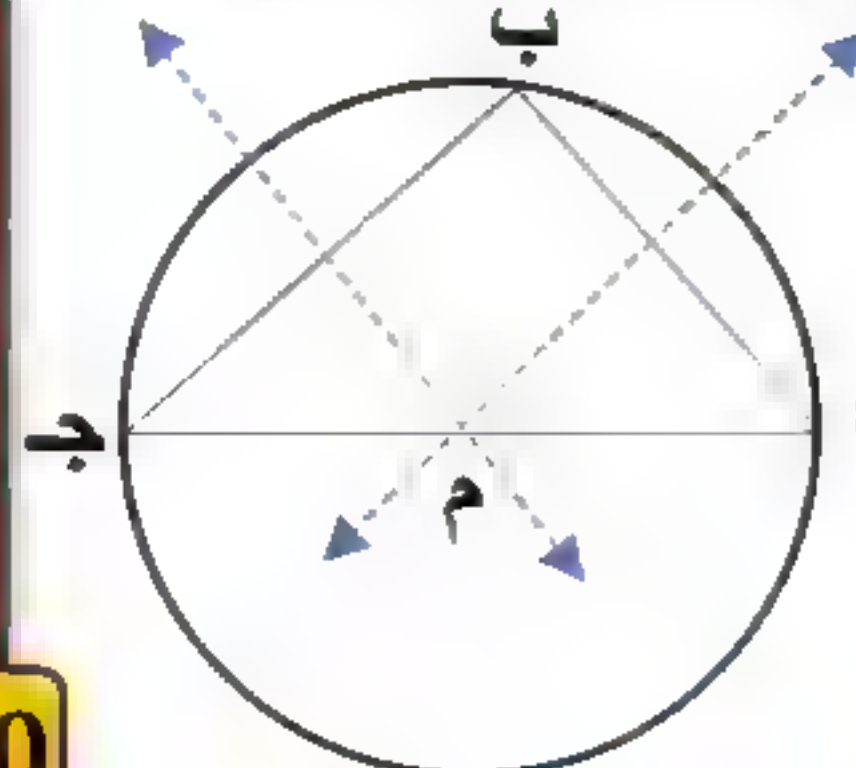
∴ عدد الحلول دائرتان

٤٨ باستخدام الأدوات ارسم المثلث أ ب ج القائم حيث

أ ب = ٣ سم ، ب ج = ٤ سم ثم ارسم دائرة تمر

برؤوس المثلث ثم أوجد طول نصف قطرها

الحل



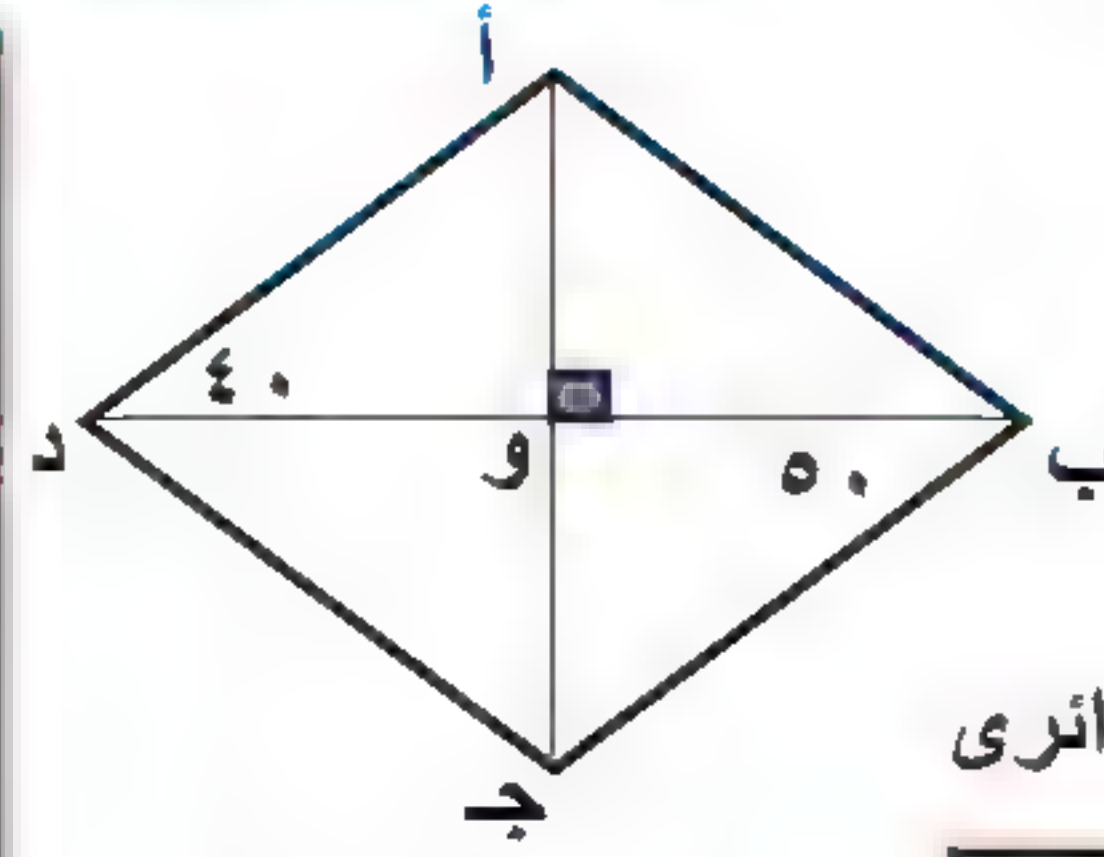
من فيثاغورث

$$أ ج = ٥ \text{ سم}$$

∴ المركز م ينصف وتر المثلث

$$\therefore \text{نق} = ٢,٥ \text{ سم}$$

٥٧ في الشكل المقابل:



أ ب ج د شكل رباعي
أ ج ⊥ ب د
برهن أن:

الشكل أ ب ج د رباعي دائري

الحل

في Δ ب و ج القائم الزاوية في و:

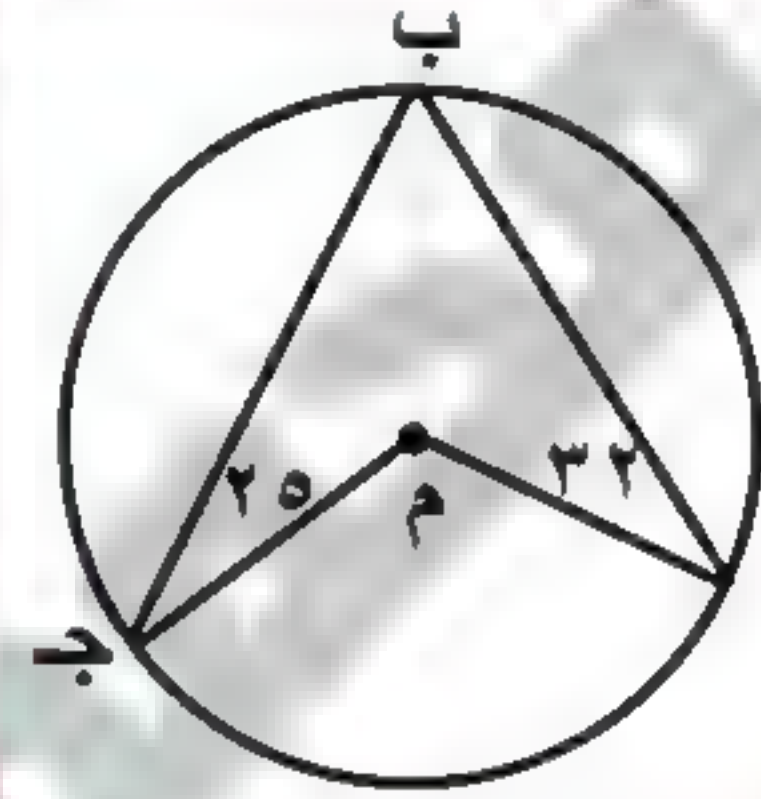
$$\text{ق (ب ج و)} = 180 - (50 + 90) = 40^\circ$$

$$\therefore \text{ق (أ د ب)} = \text{ق (ب ج أ)} = 40^\circ$$

وهما مرسومتان على قاعدة واحدة أ ب

∴ الشكل أ ب ج د رباعي دائري

٥٨ في الشكل المقابل:



$$\text{ق (أ)} = 32^\circ$$

$$\text{ق (ب)} = 25^\circ$$

أوجد: ق (أ م ج)

الحل

العمل: نرسم ب م

$$\therefore \text{م أ} = \text{م ب} \quad \text{أنصاف أقطار}$$

$$\therefore \text{ق (أ ب م)} = \text{ق (ب أ م)} = 22^\circ$$

$$\therefore \text{م ج} = \text{م ب} \quad \text{أنصاف أقطار}$$

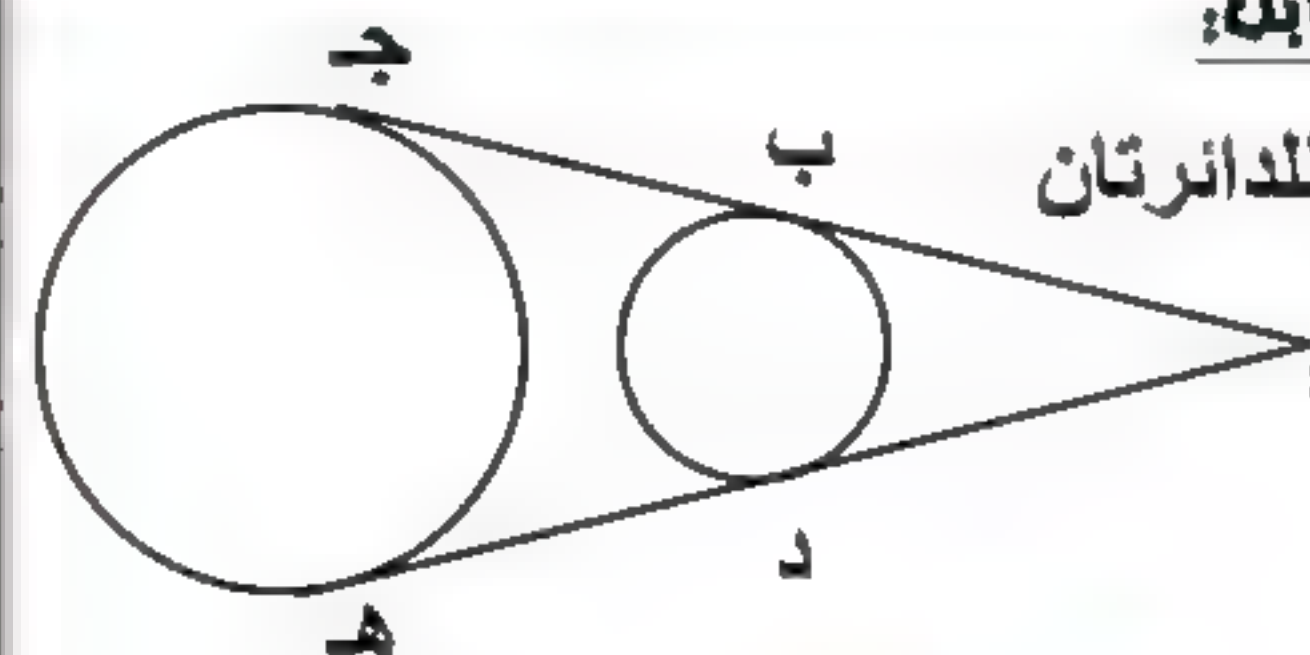
$$\therefore \text{ق (ج ب م)} - \text{ق (ب ج م)} = 25^\circ$$

$$\therefore \text{ق (أ ب ج)} = 22 + 25 = 57^\circ$$

$$\therefore \text{ق (أ م ج) المركزية} = 2 \times \text{ق (أ ب ج) المحيطية}$$

$$\therefore \text{ق (أ م ج)} = 2 \times 57 = 114^\circ$$

٥٩ في الشكل المقابل:



أ ج ، أ ه مماسان للدائرتان

اثبت أن:

$$\text{ب ج} = \text{د ه}$$

الحل

في الدائرة الصغرى:

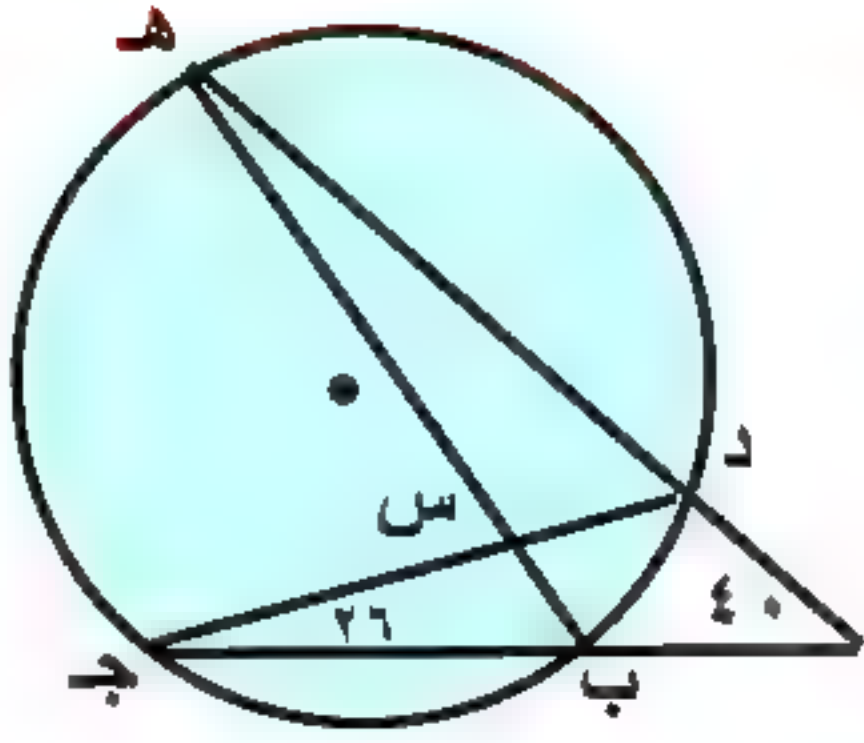
$$\therefore \text{أ ب} ، \text{أ د مماستان} \therefore \text{أ ب} = \text{أ د} \quad 1 \leftarrow$$

في الدائرة الكبرى:

$$\therefore \text{أ ج} ، \text{أ ه مماستان} \therefore \text{أ ج} = \text{أ ه} \quad 2 \leftarrow$$

بطرح ١، ٢ ينتج أن: ب ج = د ه

٦٠ في الشكل المقابل:



$$\text{ق (أ)} = 40^\circ$$

$$\text{ق (ب ج د)} = 26^\circ$$

أوجد: ١) ق (ج ه)

٢) ق (ه س ج)

الحل

$$\therefore \text{ق (د ب)} = 2 \times \text{ق (ج ه) المحيطية}$$

$$\therefore \text{ق (د ب)} = 2 \times 26 = 52^\circ$$

من تمرين مشهور:

$$\text{ق (ج ه)} = 2 \times \text{ق (أ)} + \text{ق (د ب)}$$

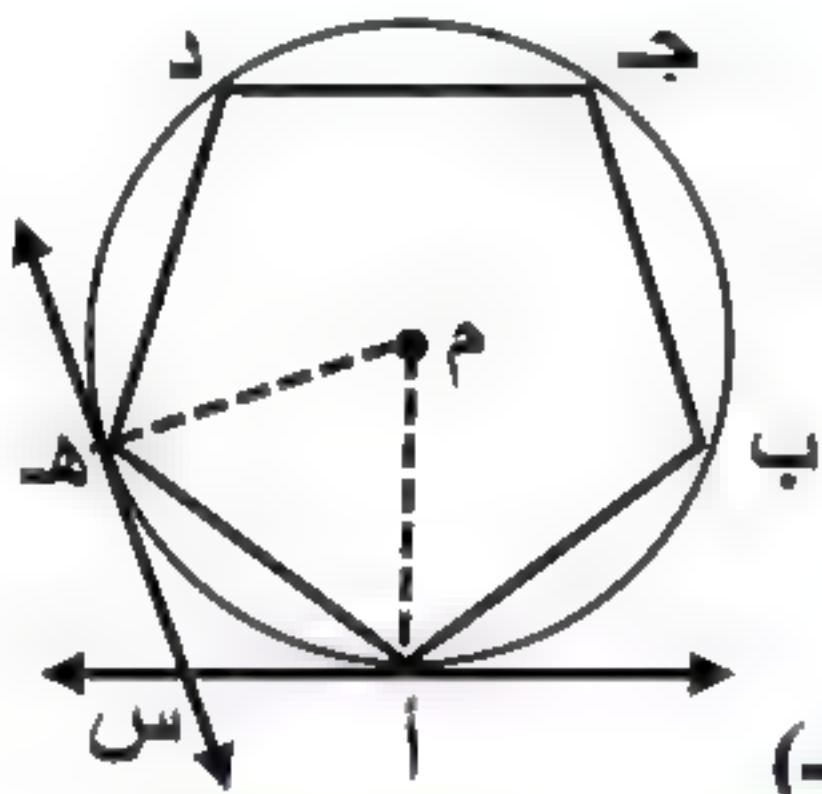
$$= 2 \times 40 + 52 = 132^\circ \quad \text{المطلوب الأول}$$

من تمرين مشهور:

$$\text{ق (ه س ج)} = \frac{1}{2} \times \text{ق (د ب)} + \text{ق (ج ه)}$$

$$= \frac{1}{2} \times (132 + 52) = 92^\circ$$

٦١ في الشكل المقابل:



أ ب ج د ه خماسي منتظم مرسوم

داخل الدائرة م

أ س مماس للدائرة عند أ

ه س مماس للدائرة عند ه

أوجد: ١- ق (أ ه) ٢- ق (أ س ه)

الحل

العمل: نرسم م أ ، م ه

∴ أ ب ج د ه خماسي منتظم

$$\therefore \text{أ ب} = \text{ب ج} = \text{ج د} = \text{د ه} = \text{أ ه}$$

$$\therefore \text{ق (أ ب)} = \text{ق (ب ج)} = \text{ق (ج د)} = \text{ق (د ه)} = \text{ق (أ ه)}$$

$$\therefore \text{قياس الدائرة} = 360^\circ \therefore \text{ق (أ ه)} = \frac{360}{5} = 72^\circ \quad \text{أولا}$$

$$\therefore \text{ق (أ ه)} = 72^\circ \therefore \text{ق (أ م ه)} = 72^\circ$$

$$\therefore \text{أ س مماس} \therefore \text{ق (م أ س)} = 90^\circ$$

$$\therefore \text{ه س مماس} \therefore \text{ق (م ه س)} = 90^\circ$$

في الشكل الرباعي م أ س ه:

$$\text{ق (أ س ه)} = (90 + 90 + 72) - 360 = 108^\circ$$

اختر الإجابة الصحيحة:

١ عدد محاور التماثل لأي دائرة هو

- (أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) عدد لا نهائي

٢ عدد محاور تماثل نصف الدائرة هو

- (أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) عدد لا نهائي

٣ وتر طوله ٨ سم في دائرة طول نصف قطرها ٥ سم فإنه يبعد عن مركزها سم

- (أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٥ (د) ٨

٤ إذا كان المستقيم ℓ \cap الدائرة $\Phi =$ فإن المستقيم ℓ يكون

- (أ) محور تماثل (ب) خارج (ج) قاطع (د) مماس

٥ إذا كان المستقيم مماساً للدائرة التي قطرها ٨ سم فإنه يبعد عن مركزها سم

- (أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٦ (د) ٨

٦ دائرة محيطها 6π سم والمستقيم ℓ يبعد عن مركزها ٣ سم فإن المستقيم ℓ يكون

- (أ) مماس للدائرة (ب) قاطع للدائرة (ج) خارج الدائرة (د) قطر في الدائرة

٧ خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون عمودياً على

- (أ) القطر (ب) الوتر (ج) الوتر المشترك (د) المماس

٨ دائرتان M ، N متماستان من الداخل، أنصاف أقطارهم ٥ سم، ٩ سم فإن $MN =$ سم

- (أ) ١٤ (ب) ٤ (ج) ٥ (د) ٩

٩ M ، N دائرتان متقاطعتان وطولاً نصفى قطريهما ٥ سم، ٢ سم فإن $MN =$

- (أ) $[7, 3]$ (ب) $[7, 3]$ (ج) $[7, 3]$ (د) $[7, 3]$

١٠ إذا كان سطح الدائرة $M \cap$ سطح الدائرة $N = \{A\}$ وطول نصف قطر أحدهما ٣ سم، $MN = ٨$ سم

فإن طول نصف قطر الأخرى =

- (أ) ٥ (ب) ٦ (ج) ١١ (د) ١٦

١١ إذا كان الدائرتان M ، N متماستان من الخارج وطول نصف قطر إحداهما ٥ سم، $MN = ٩$ سم

فإن طول نصف قطر الأخرى =

- (أ) ٤ (ب) ٥ (ج) ٩ (د) ١٤

١٢ M دائرة طول قطرها ٧ سم، A نقطة في مستوى الدائرة وكان $MA = ٤$ سم فإن A تقع

- (أ) داخل الدائرة (ب) خارج الدائرة (ج) على الدائرة (د) على مركز الدائرة

١٣ عدد الدوائر التي تمر بثلاث نقط ليست على استقامة واحدة هو

- (أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

١٤ لا يمكن رسم دائرة تمر برؤوس

- (أ) المثلث (ب) المربع (ج) المعين (د) المستطيل

١٥ يمكن رسم دائرة تمر برؤوس

- (أ) معين (ب) مستطيل (ج) شبه منحرف (د) متوازي أضلاع

١٦ مركز الدائرة الداخلة لأي مثلث هو نقطة تقاطع

- (أ) متوسطات المثلث (ب) ارتفاعات المثلث (ج) محاور تماثل أضلاعه (د) منصفات زواياه الداخلة

١٧ مركز الدائرة الخارجة لأي مثلث هو نقطة تقاطع

- (أ) متوسطات المثلث (ب) ارتفاعات المثلث (ج) محاور تماثل أضلاعه (د) منصفات زواياه الداخلة

١٨ قياس القوس الذى يمثل ثلث قياس الدائرة -

- (أ) ٣٦٠ (ب) ١٨٠ (ج) ١٢٠ (د) ٩٠

١٩ النسبة بين قياس الزاوية المحيطية وقياس الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس =

- (أ) ٢ : ١ (ب) ٣ : ١ (ج) ١ : ٢ (د) ١ : ٣

٢٠ طول نصف الدائرة التي طول نصف قطرها نق سم = سم

- (أ) 2π نق (ب) $\frac{1}{4}\pi$ نق (ج) $\frac{1}{3}\pi$ نق (د) π نق

٢١ قياس الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة =

- (أ) 45° (ب) 90° (ج) 120° (د) 180°

٢٢ أ ب ج د شكل رباعي دائري فيه ق (أ) $= 60^\circ$ فإن ق (ج) =

- (أ) 60° (ب) 30° (ج) 90° (د) 120°

٢٣ إذا كان الشكل أ ب ج د رباعي دائري وكان ق (أ) $= \frac{1}{4}$ ق (ج) فإن ق (أ) =

- (أ) 90° (ب) 60° (ج) 120° (د) 180°

٢٤ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماستين من الخارج =

- (أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

٢٥ المماسان المرسومان من نهايتى قطر في دائرة يكونان

- (أ) متوازيان (ب) منطبقان (ج) متقاطعان (د) متساويان في الطول

٢٦ الزاوية المماسية هي زاوية محصورة بين

- (أ) وتران (ب) مماسان (ج) وتر ومماس (د) وتر وقطر

٢٧ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متباعدتان هو

- (أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

٢٨ الزاوية المحيطية التي تقابل قوساً أصغر في الدائرة تكون

- (أ) منعكسة (ب) قائمة (ج) منفرجة (د) حادة

٢٩ الشكل الرباعي الدائري في الأشكال التالية هو

- (أ) المعين (ب) المستطيل (ج) متوازي الأضلاع (د) شبه المنحرف

٣٠ إذا كانت نقطة تقع على الدائرة م التي قطرها ٦ سم فإن أ م = سم

- (أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٥ (د) ٦

٣١ المماس لدائرة طول نصف قطرها ٥ سم يكون على بعد سم من مركزها

- (أ) ٥ (ب) ١٠ (ج) صفر (د) ٣

٣٢ دائرة طول أكبر وتر فيها = ١٢ سم فإن محيط الدائرة = سم

- (أ) 12π (ب) 6π (ج) 10π (د) 24π

٣٣ القطر هو يمر بمركز الدائرة

- (أ) وتر (ب) مستقيم (ج) شعاع (د) مماس

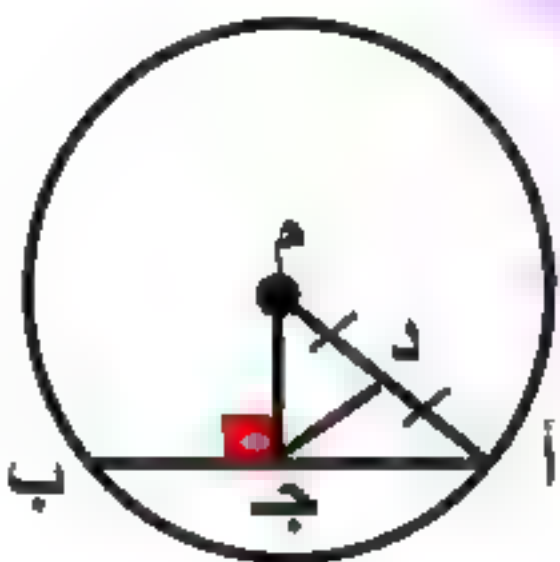
٣٤ أكبر أوتار الدائرة طولاً يسمى

- (أ) وتر (ب) قطر (ج) نصف قطر (د) مماس

٣٥ في الشكل المقابل: د منتصف أ ج ، م ج \perp أ ب ، ج د = ٣ سم

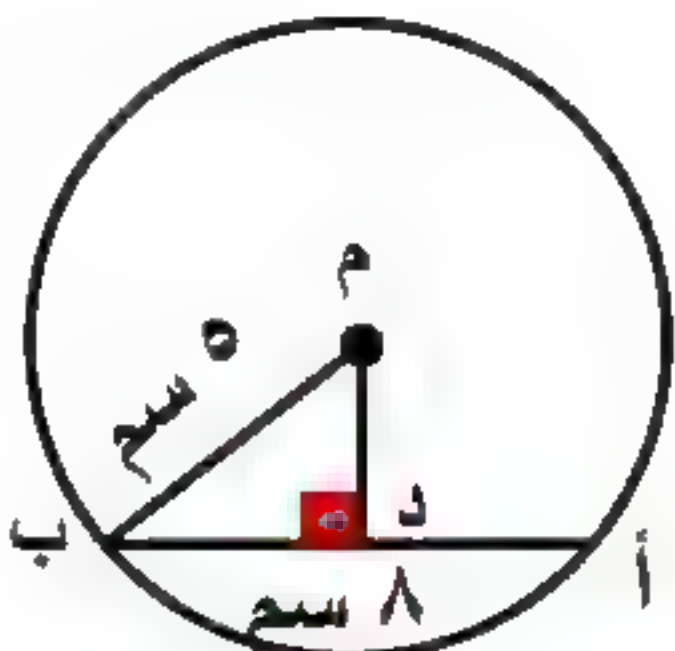
فإن مساحة سطح الدائرة م تساوى π سم^٢

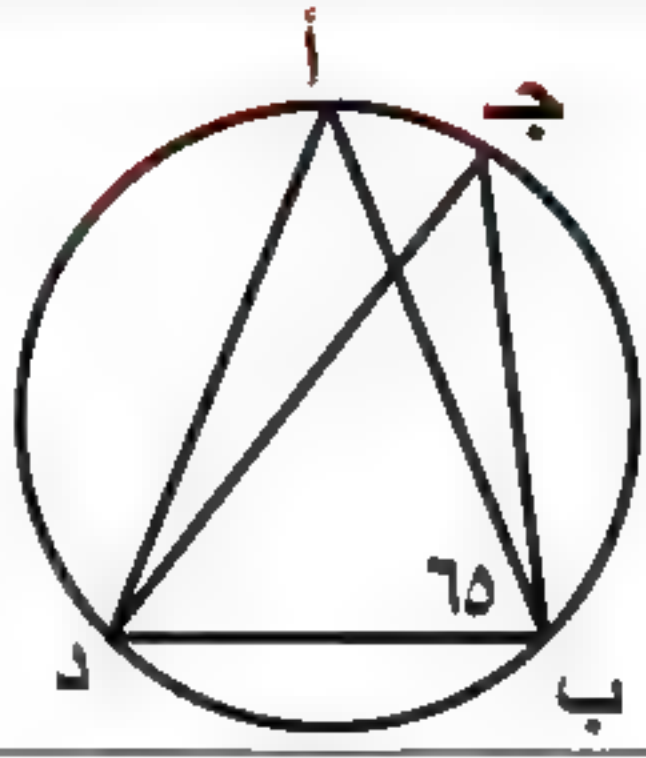
- (أ) ٣ (ب) ٦ (ج) ٩ (د) ٣٦



٣٦ في الشكل المقابل: أ ب = ٨ سم ، م ب = ٥ سم فإن م د = سم

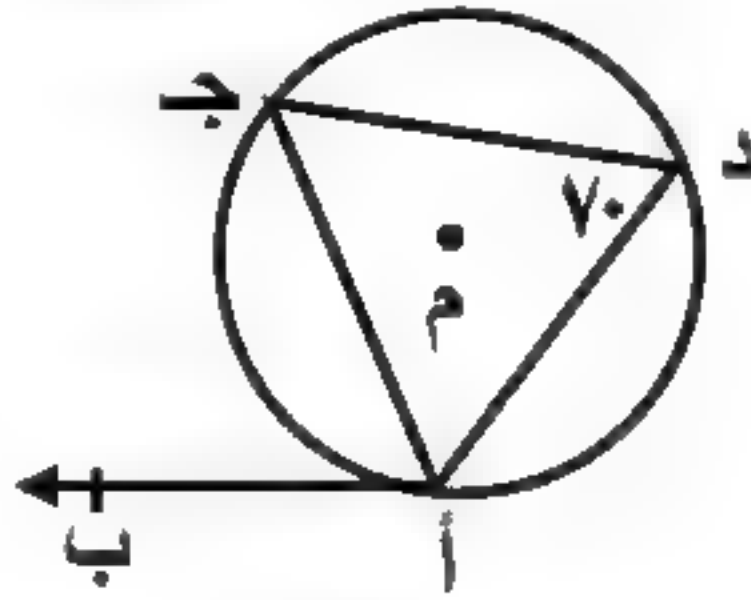
- (أ) ٥ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ٢





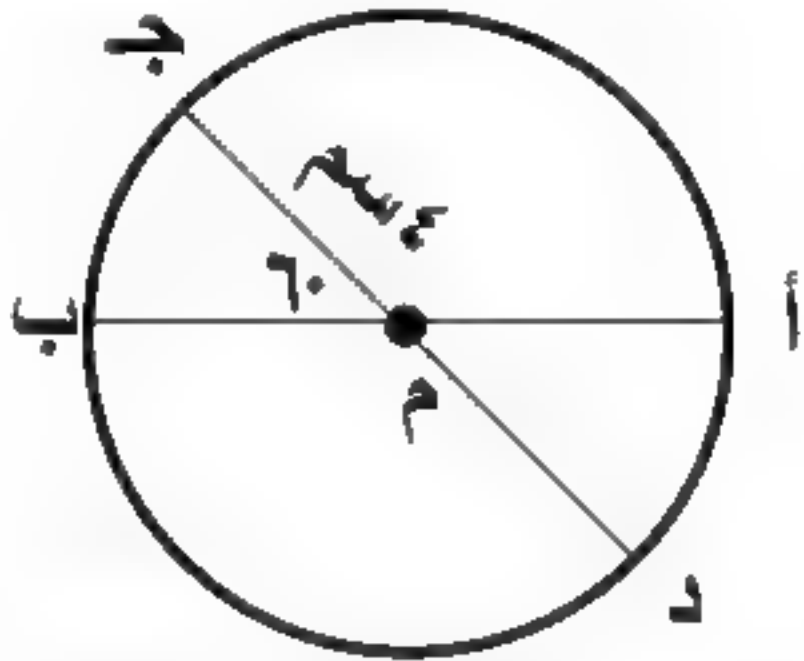
٣٧ في الشكل المقابل: $\widehat{AB} = \widehat{AC}$ ، فإن $\angle C = \dots\dots\dots^\circ$

- (أ) ١٥ (ب) ٢٥ (ج) ٣٥ (د) ٥٥



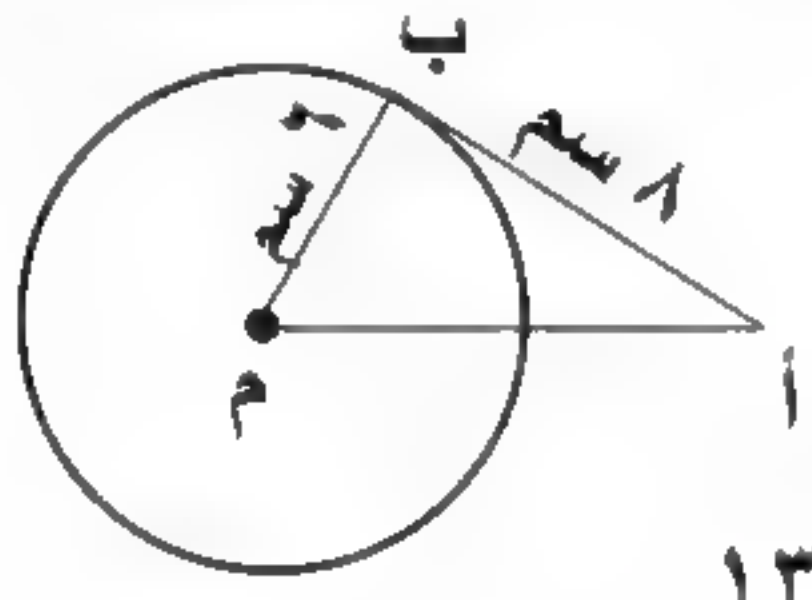
٣٨ في الشكل المقابل: \widehat{AB} مماس للدائرة م عند ب ، فإن $\angle C = \dots\dots\dots^\circ$

- (أ) ١٤٠ (ب) ٣٥ (ج) ٧٠ (د) ١١٠



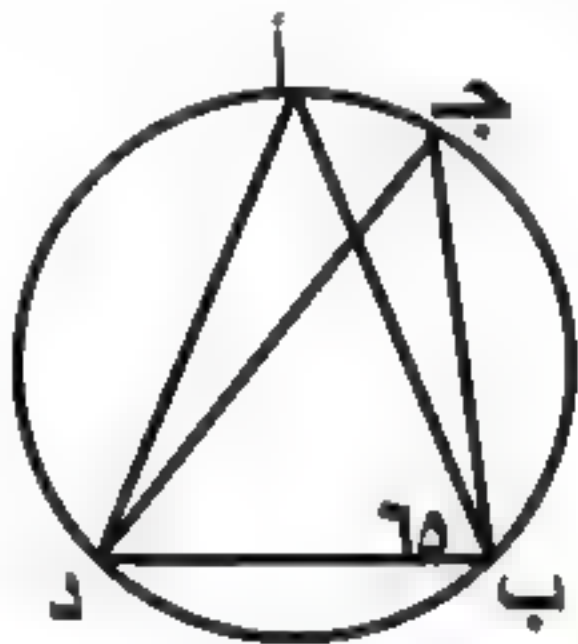
٣٩ في الشكل المقابل: م دائرة ، $\widehat{AB} = \widehat{AC}$ ، فإن طول $\widehat{BC} = \dots\dots\dots$

- (أ) π (ب) π (ج) $\frac{\pi}{3}$ (د) π



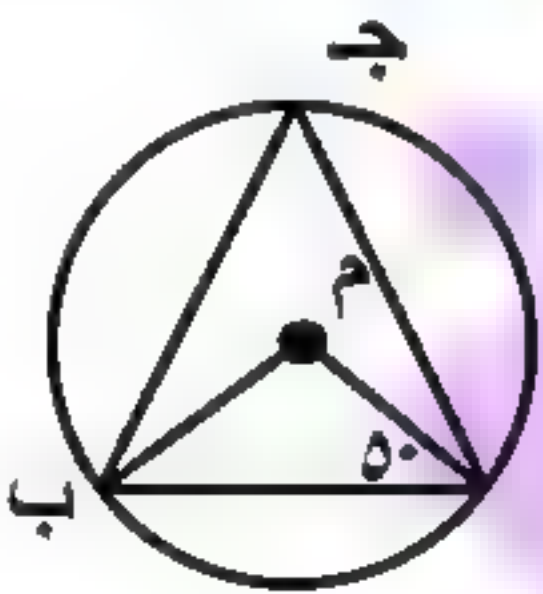
٤٠ في الشكل المقابل: \widehat{AB} مماس للدائرة م ، $\widehat{AB} = 8$ سم ، $\widehat{AC} = 6$ سم ، فإن $\widehat{BC} = \dots\dots\dots$ سم

- (أ) ٥ (ب) ١٠ (ج) ١٢ (د) ١٣



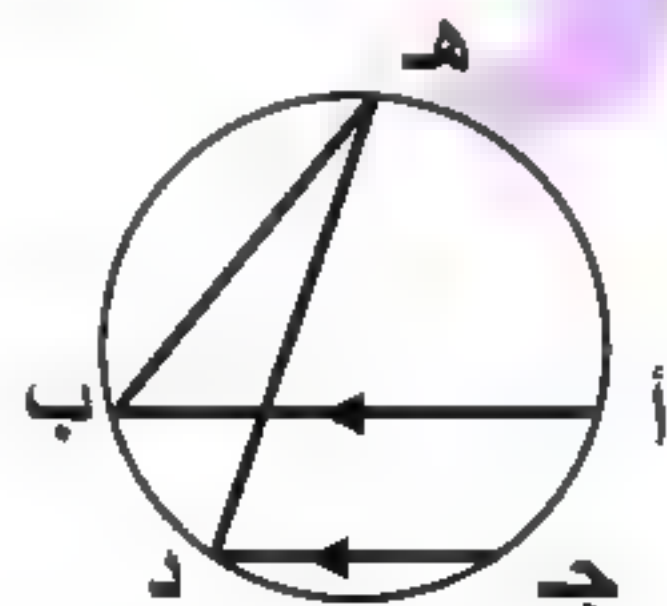
٤١ في الشكل المقابل: دائرة مركزها م ، إذا كان $\angle C = 50^\circ$ ، فإن $\angle A = \dots\dots\dots^\circ$

- (أ) ٢٥ (ب) ٥٠ (ج) ١٠٠ (د) ١٥٠



٤٢ في الشكل المقابل: دائرة مركزها م ، فإن $\angle C = \dots\dots\dots^\circ$

- (أ) ٥٠ (ب) ٨٠ (ج) ٤٠ (د) ٣٠



٤٣ في الشكل المقابل: $\widehat{AB} \parallel \widehat{CD}$ ، فإن $\angle C = \dots\dots\dots^\circ$

- (أ) ١٠ (ب) ١٥ (ج) ٣٠ (د) ٦٠

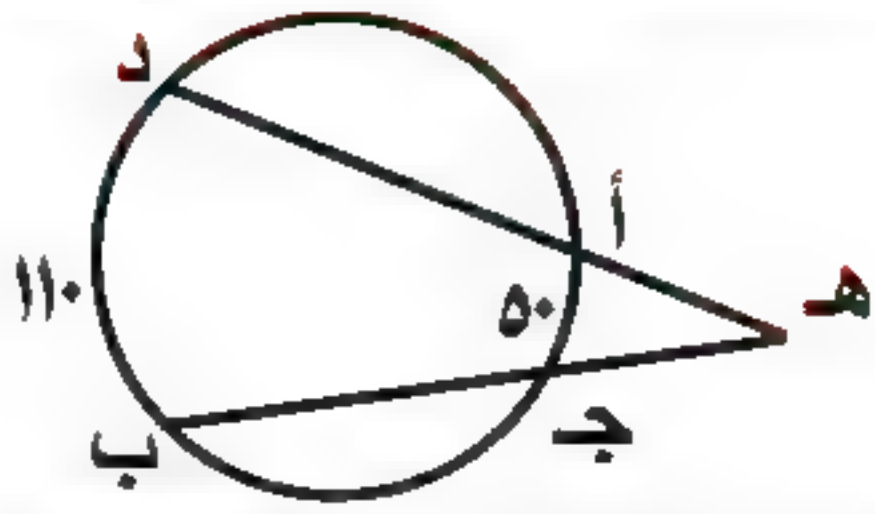


٤٤ في الشكل المقابل: $\triangle ABC$ متساوي الأضلاع ، فإن $\angle C = \dots\dots\dots^\circ$

- (أ) ٥٠ (ب) ٦٠ (ج) ١٢٠ (د) ١٠٠

٤٥) في الشكل المقابل : ق (أ ج) = ٥٠°

ق (د ب) = ١١٠° فإن ق (هـ) =



(د) ٣٠°

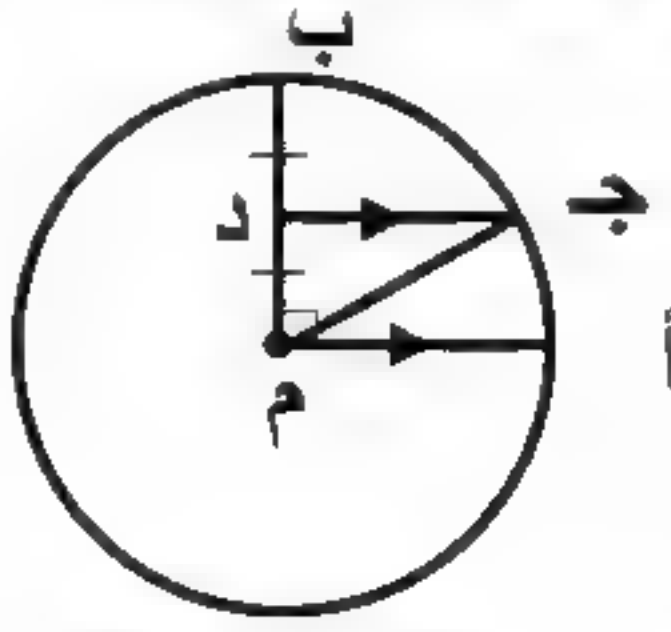
(ج) ٤٠°

(ب) ٥٠°

(أ) ٦٠°

٤٦) في الشكل المقابل : أم // جد ، م د = د ب

ق (أ م ب) = ٩٠° فإن ق (أ ج) =



(د) ٩٠°

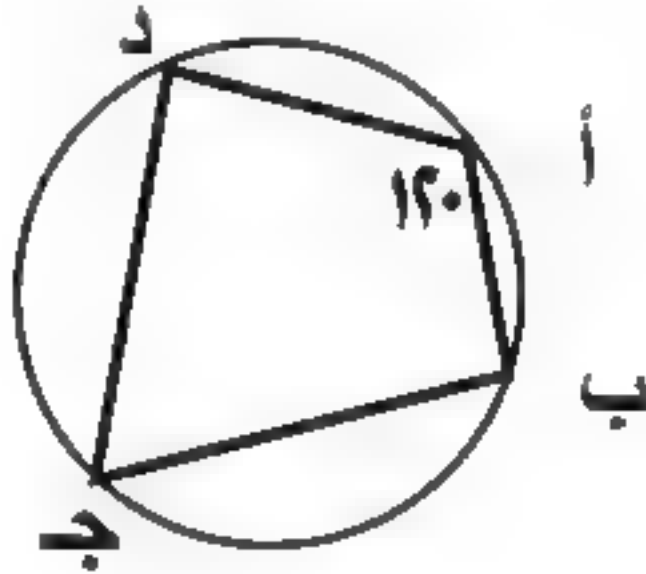
(ج) ٣٠°

(ب) ٦٠°

(أ) ٤٥°

٤٧) في الشكل المقابل : ق (أ) = ١٢٠°

فإن ق (ج) =



(د) ١٨٠°

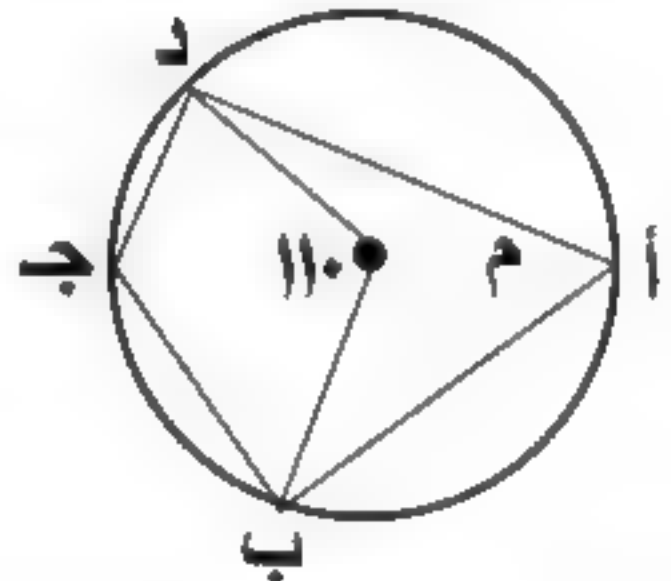
(ج) ١٢٠°

(ب) ٩٠°

(أ) ٦٠°

٤٨) في الشكل المقابل : دائرة مركزها م

ق (ب م د) = ١١٠° فإن ق (ج) =



(د) ٥٥°

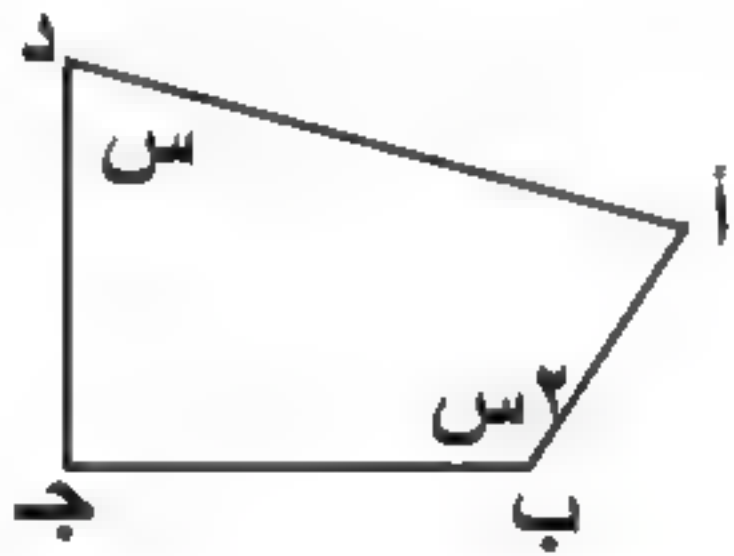
(ج) ١٢٥°

(ب) ١١٠°

(أ) ٧٠°

٤٩) في الشكل المقابل : أ ب ج د شكل رباعي دائري

فإن س =



(د) ٥٠°

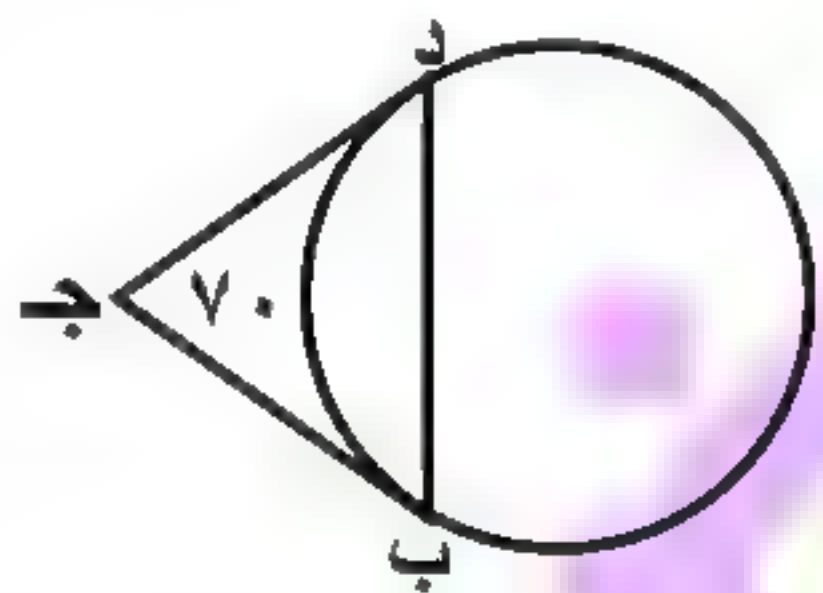
(ج) ٦٠°

(ب) ١٠٠°

(أ) ١٢٠°

٥٠) في الشكل المقابل : ج د ، ج ب ، ج د قطعتان مماستان

ق (ج) = ٧٠° فإن ق (د ب) الأصغر =



(د) ٥٥°

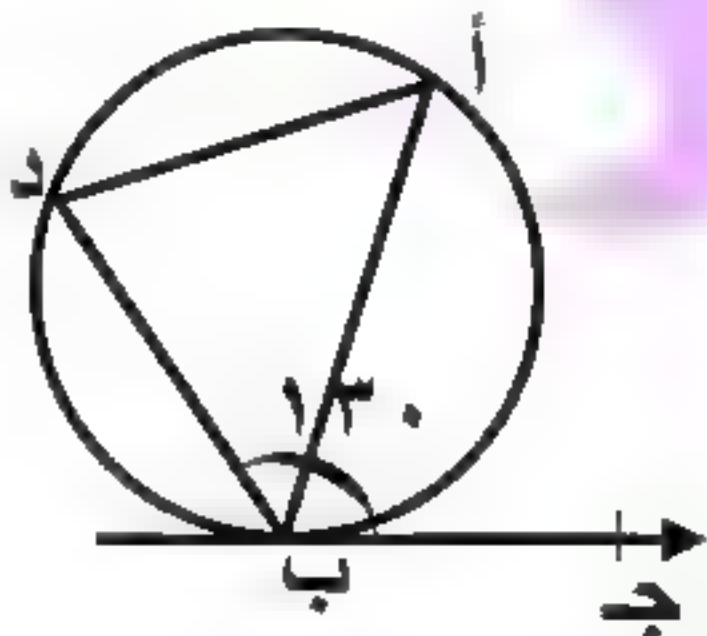
(ج) ١٢٥°

(ب) ١١٠°

(أ) ٧٠°

٥١) في الشكل المقابل : ب ج مماس للدائرة

ق (د ب ج) = ١٣٠° فإن ق (أ) =



(د) ١٨٠°

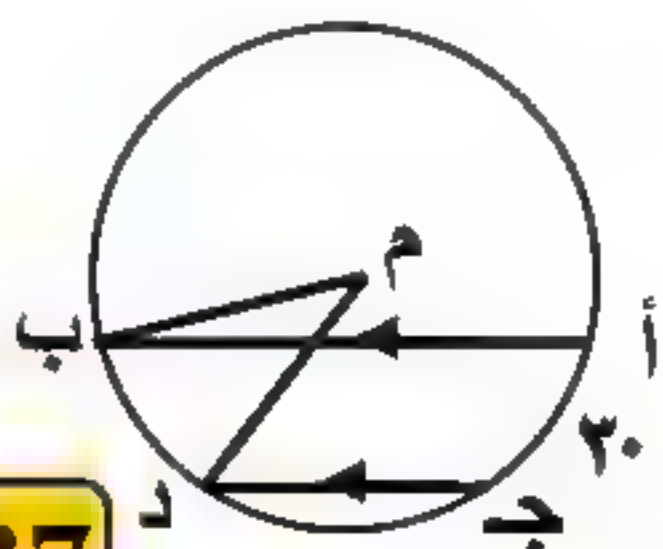
(ج) ١٣٠°

(ب) ٦٥°

(أ) ٥٠°

٥٢) في الشكل المقابل : أ ب // ج د

ق (أ ج) = ٣٠° فإن ق (ب م د) =



(د) ٦٠°

(ج) ٣٠°

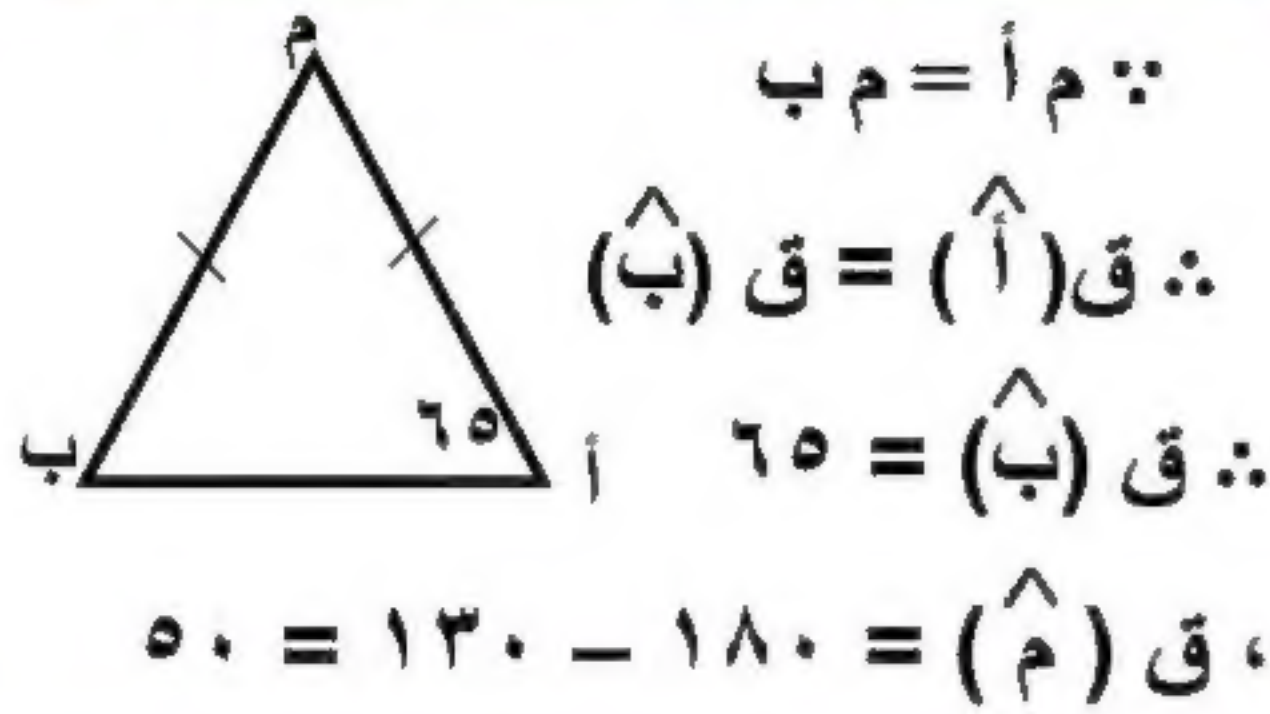
(ب) ١٥°

(أ) ١٠°

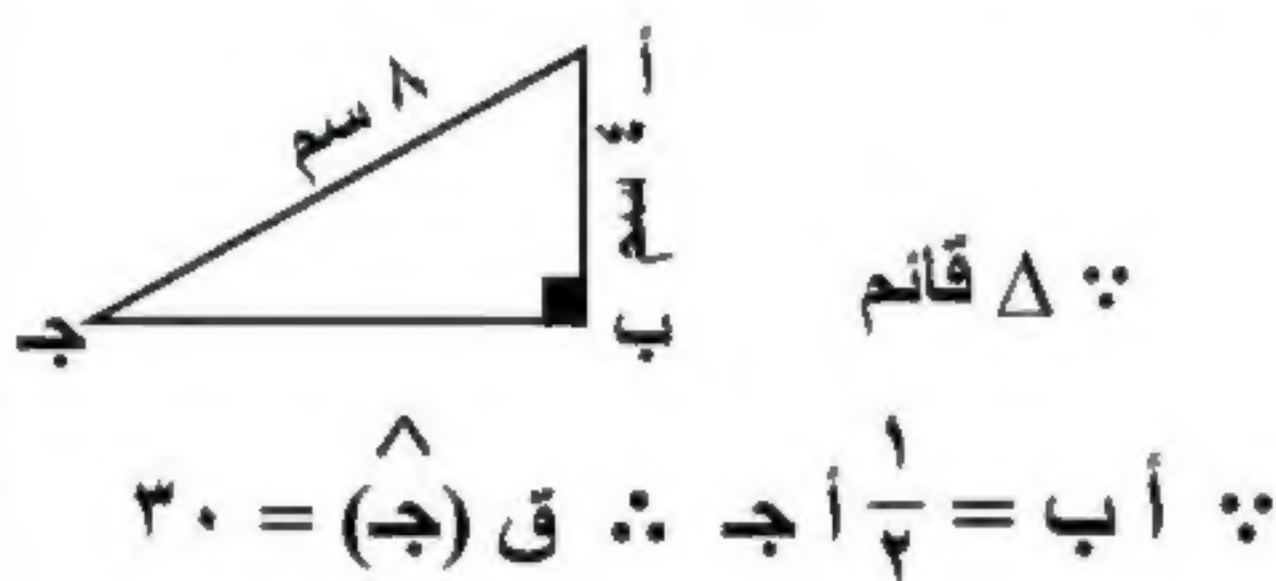
تراكمي هندسة

- ① مساحة المعين الذي طول قطريه ٦ سم ، ٨ سم = سم^٢
- ② مجموع طولى أي ضلعين في المثلث طول الضلع الثالث
- ③ في المثلث أ ب ج إذا كان $(أ ج) = (أ ب) + (ب ج)$ فإن زاوية ب تكون
- ④ في المثلث أ ب ج إذا كان $(أ ج) < (أ ب) + (ب ج)$ فإن زاوية ب تكون
- ⑤ في المثلث أ ب ج إذا كان $(أ ج) < (أ ب) + (ب ج)$ فإن زاوية ب تكون
- ⑥ قياس زاوية الشكل السداسى المنتظم =
- ⑦ عدد محاور تماثل المربع = ، عدد محاور تماثل المستطيل =
- ⑧ ميل المستقيم الذى معادلته ٣ س - ٤ ص + ١٢ = ٠ هو
- ⑨ ميل المستقيم الموازى لمحور السينات =
- ⑩ عدد محاور تماثل نصف الدائرة عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الساقين
- ⑪ القطران المتساويان في الطول وغير متعامدان في
- ⑫ مربع محيطه ٢٠ سم تكون مساحته = سم^٢
- ⑬ إذا كان أ ب قطر فى دائرة م حيث أ (٢ ، - ٥) ، ب (٥ ، ١) فإن مركز الدائرة م هو
- ⑭ دائرة محيطها ٨π فإن طول قطرها =
- ⑮ في المثلث القائم طول المتوسط الخارج من الزاوية القائمة يساوى
- ⑯ في المثلث القائم طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠ يساوى
- ⑰ عدد المستطيلات في الشكل المقابل

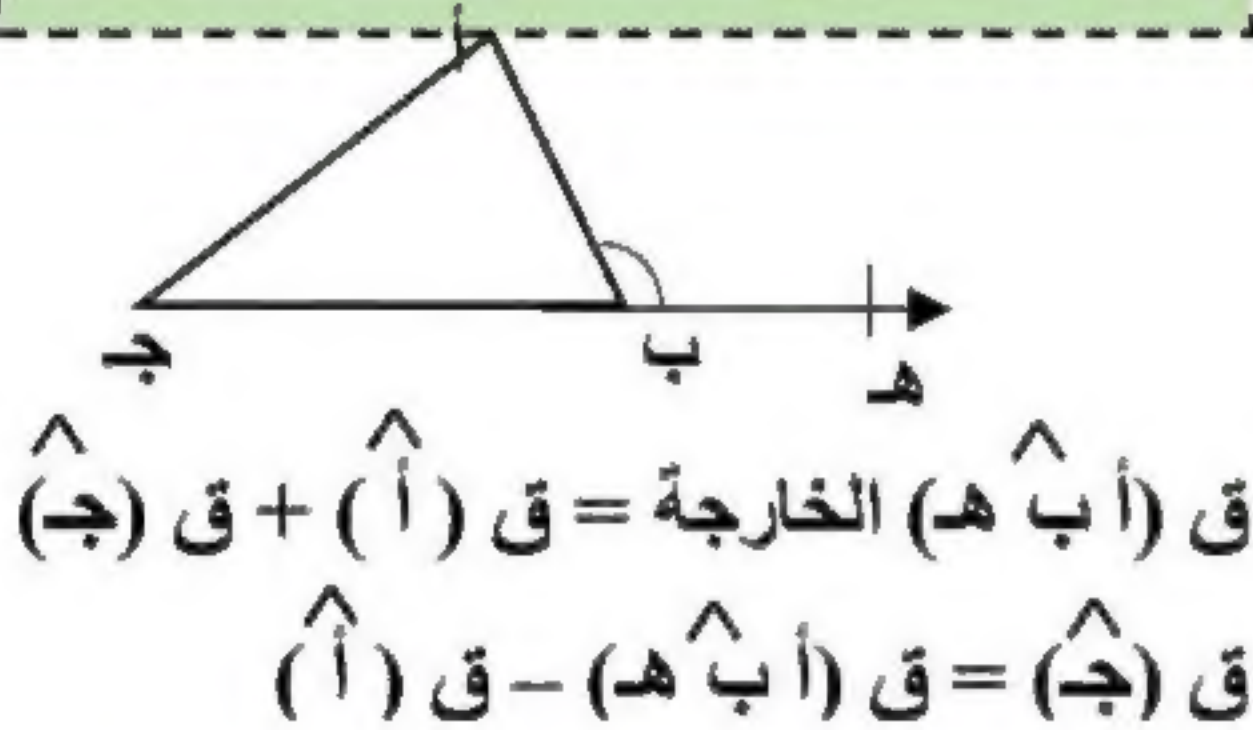
--	--	--
- ⑱ إذا كان مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم هو نقطة فإن القطعة المستقيمة المستقيم
- ⑲ مربع طول قطره ٦ سم فإن مساحته = سم^٢
- ⑳ الأعداد ٥ ، ٤ ، تصلح أطوال أضلاع مثلث (٨ ، ١٠ ، ٩ ، ١٢)
- ㉑ إذا كان قياس إحدى زاويتي القاعدة في مثلث متساوى الساقين ٣٠° فإن قياس زاوية الرأس =°
- ㉒ قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوى الأضلاع =°

في المثلث المتساوي الساقين
زاويتا القاعدة متساويتان

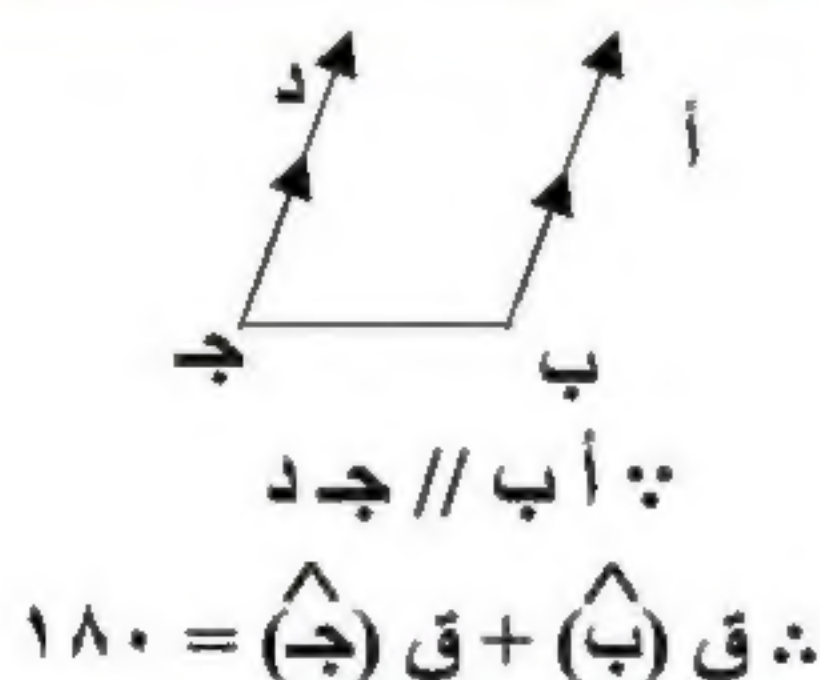
إذا كان طول الضلع = نصف طول
الوتر فإن الزاوية المقابلة له = ٣٠



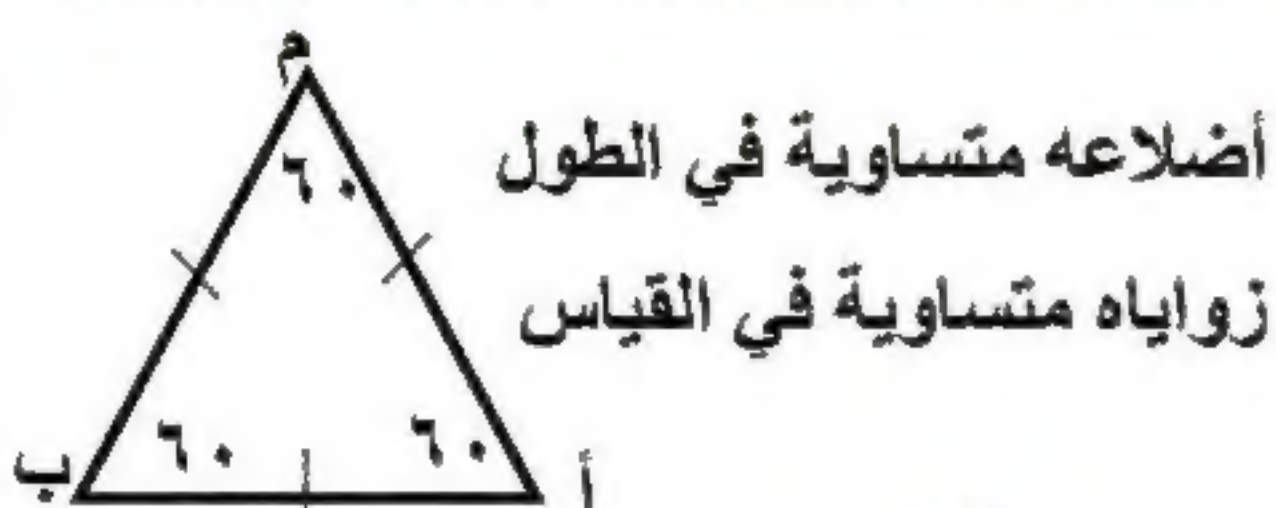
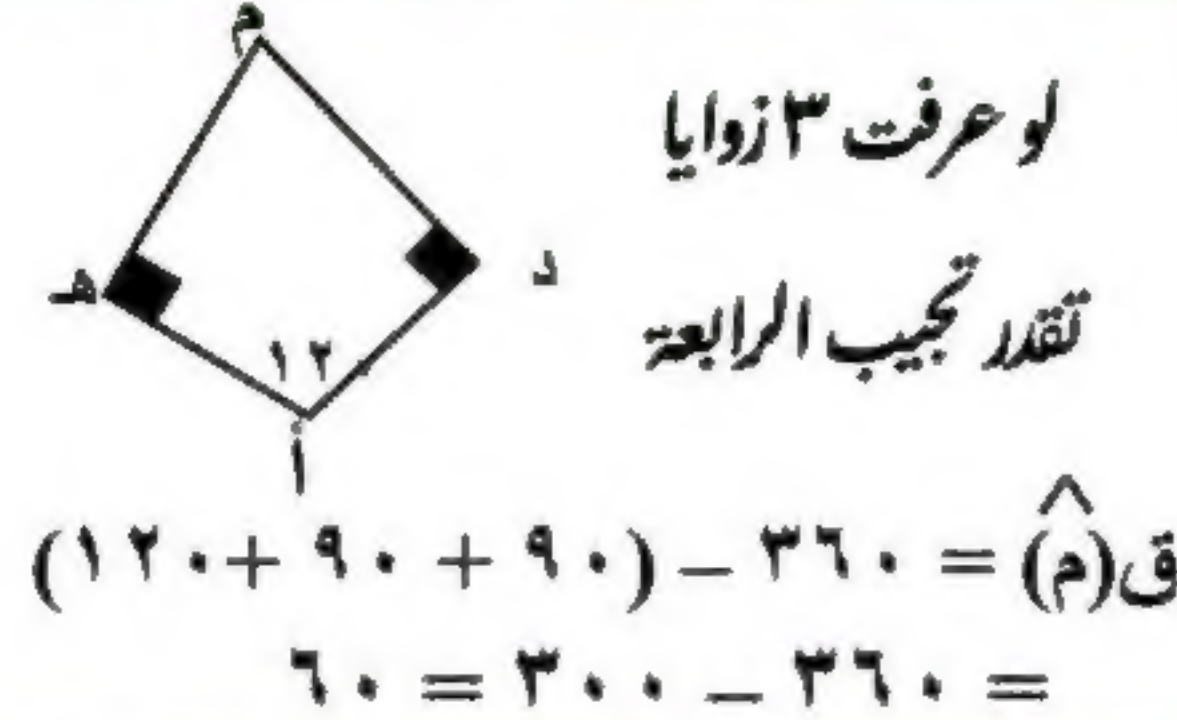
قياس الزاوية الخارجة عن المثلث =
مجموع الزاويتين الداخلتين عدا المجاورة



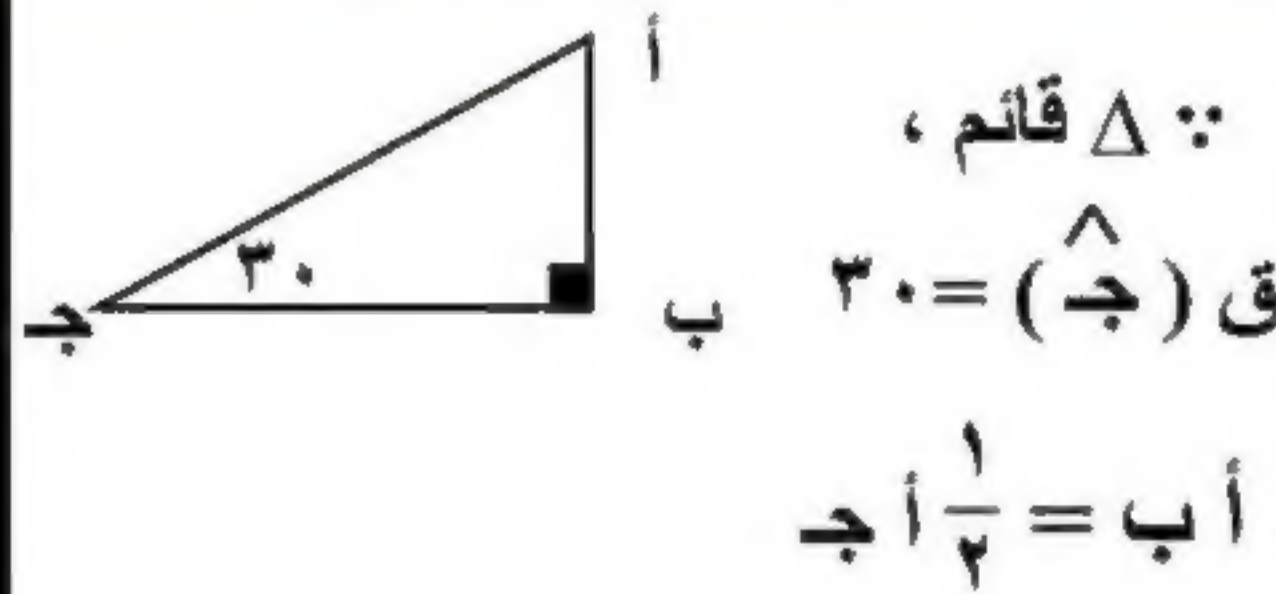
إذا وجد توازي حرف U فإن
الزاويتان المتداخلتان متكاملتان



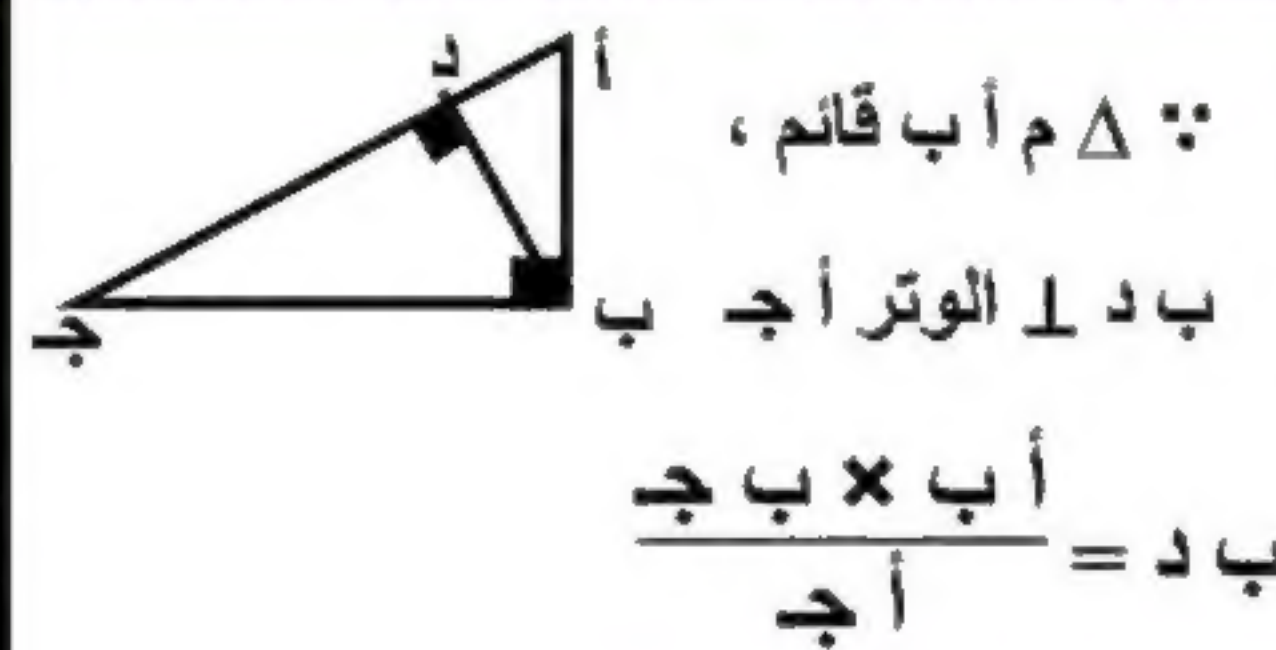
المثلث المتساوي الأضلاع

مجموع قياسات زوايا
الشكل الرباعي = ٣٦٠

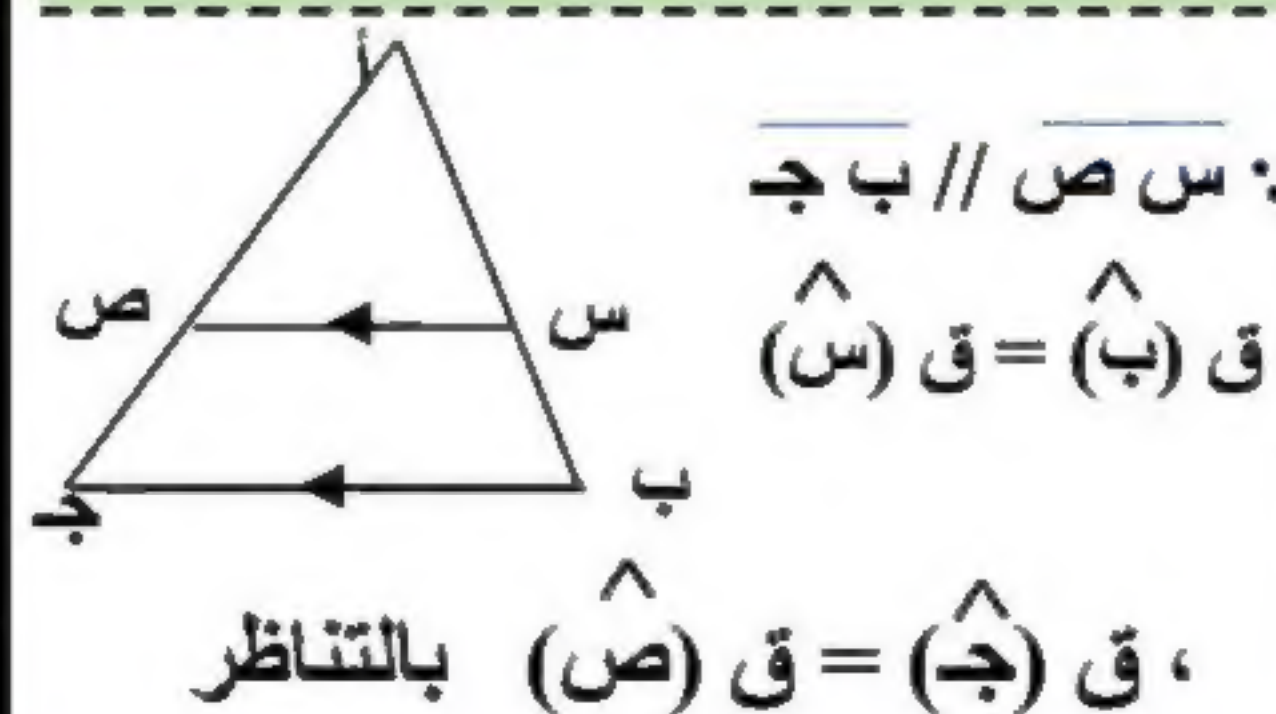
طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠
= نصف طول الوتر



نظرية إقليدس

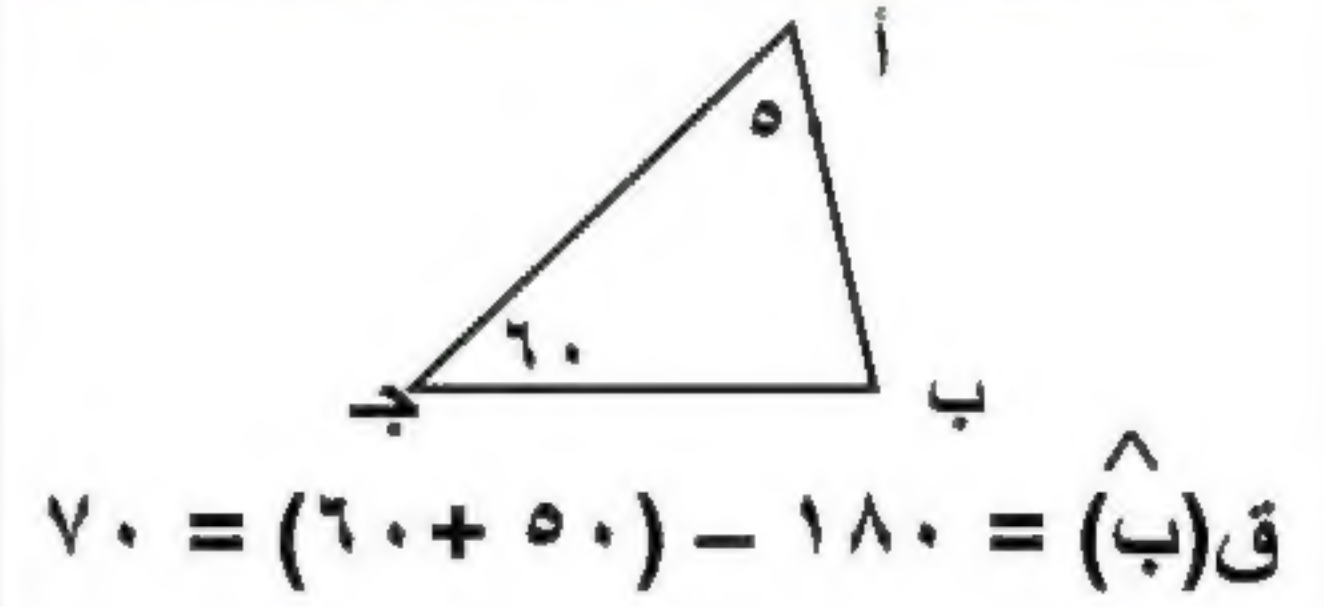


إذا وجد توازي حرف F فإن
الزاويتان المتناظرتان متساويتان

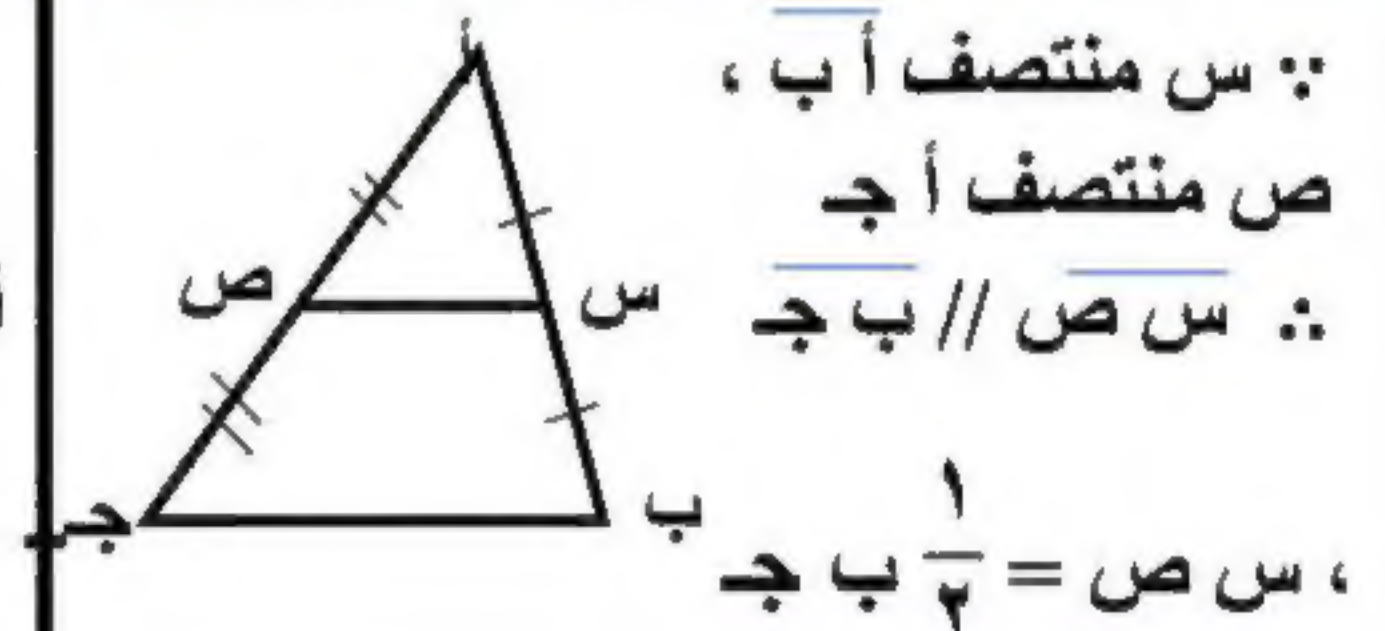


حالات تطابق مثلثين

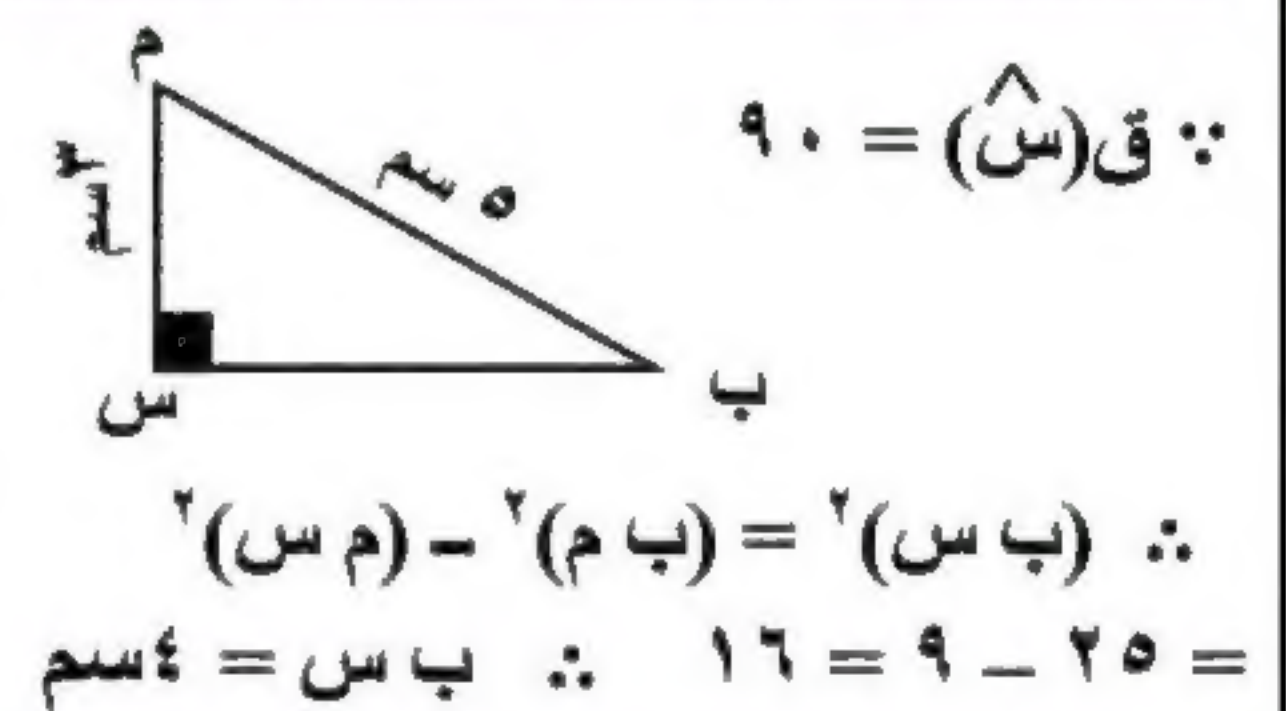
- ضلعان والزاوية المحصورة بينهما
- زاويتان والضلع المرسوم بينهما
- وتر وضلع (في المثلث القائم)

مجموع قياسات زوايا $\Delta = 180$ 

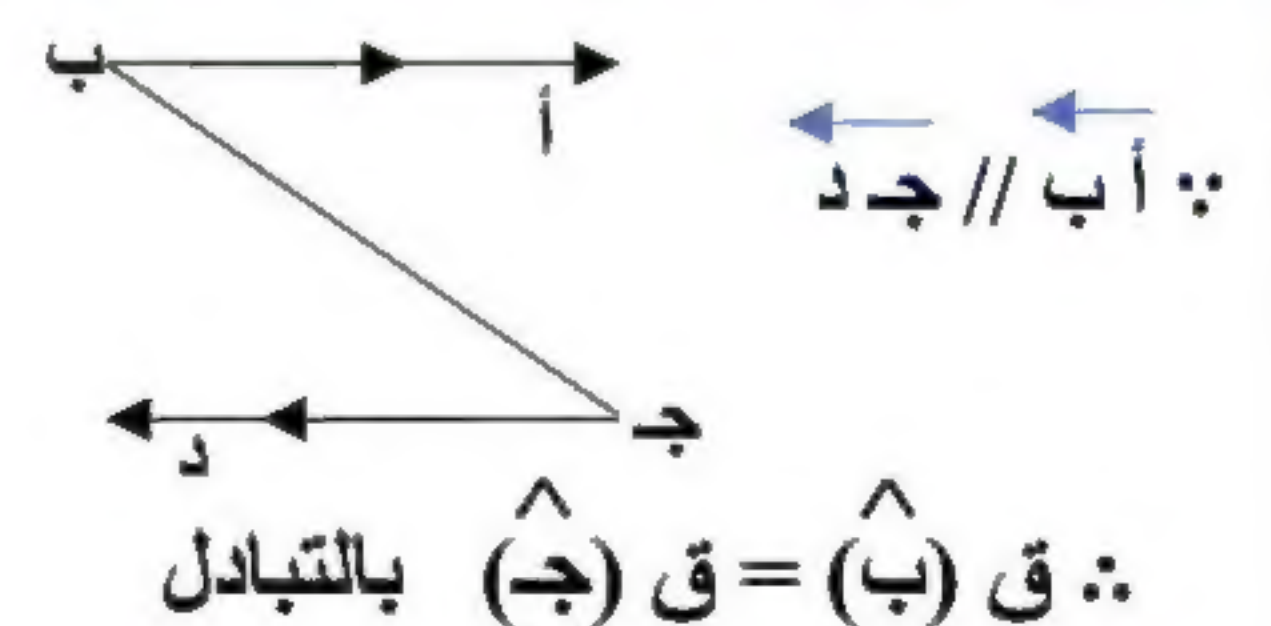
القطعة الواصلة بين منتصفى
ضلعين توازي الضلع الثالث



نظرية فيثاغورث



إذا وجد توازي حرف Z فإن
الزاويتان المتبادلتان متساويتان



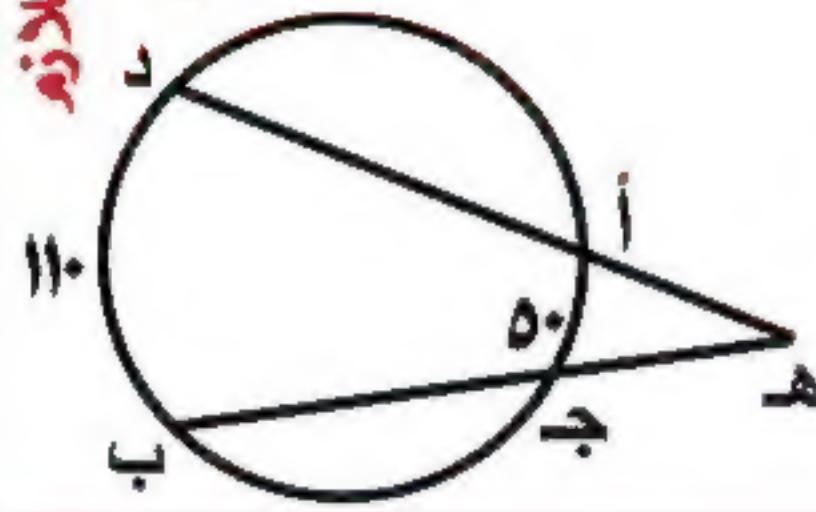
لإثبات التوازي

نبحث عن إحدى الحالات الآتية:

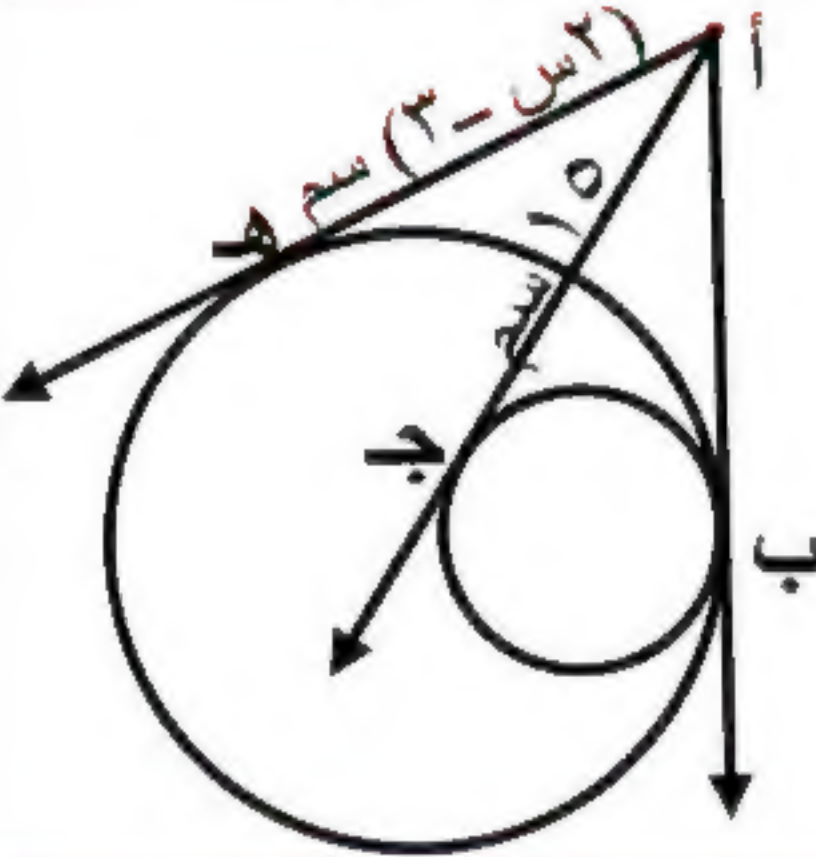
- زاويتان متبادلتان متساويتان
- زاويتان متناظرتان متساويتان
- زاويتان متداخلتان متكاملتان

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة مما بين

- ١ الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة
 (أ) حادة (ب) منفرجة (ج) مستقيمة (د) قائمة
- ٢ المماس لدائرة طول قطرها ٨ سم يكون على بعد سم من مركزها
 (أ) ٤ (ب) ٣ (ج) ٨ (د) ٦
- ٣ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متباعدتين =
 (أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤
- ٤ إذا كان أ ب ج د شكل رباعي دائري وكان ق (ب) = $\frac{1}{2}$ ق (د) فإن ق (ب) =
 (أ) ٣٠ (ب) ٦٠ (ج) ٩٠ (د) ١٢٠
- ٥ إذا كان الشكل أ ب ج د ~ الشكل س ص ع ل فإن ق (ب) = ق (.....)
 (أ) س (ب) ص (ج) ع (د) ل
- ٦ في الشكل المقابل: ق (أ ج) = ٥٠، ق (ب د) = ١١٠ فإن ق (هـ) =
 (أ) ٦٠ (ب) ٥٠ (ج) ٤٠ (د) ٣٠



السؤال الثاني (ب) في الشكل المقابل:



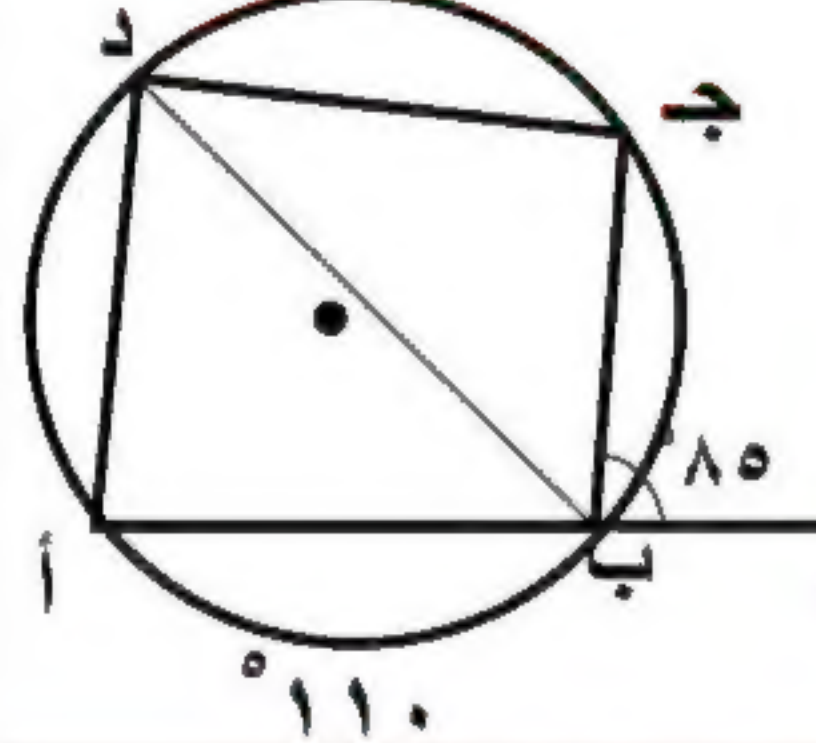
أ ب ، أ ج ، أ هـ مماسات
 أ ج = ١٥ سم
 أ هـ = (٣ - ٢) سم
 أوجد قيمة س



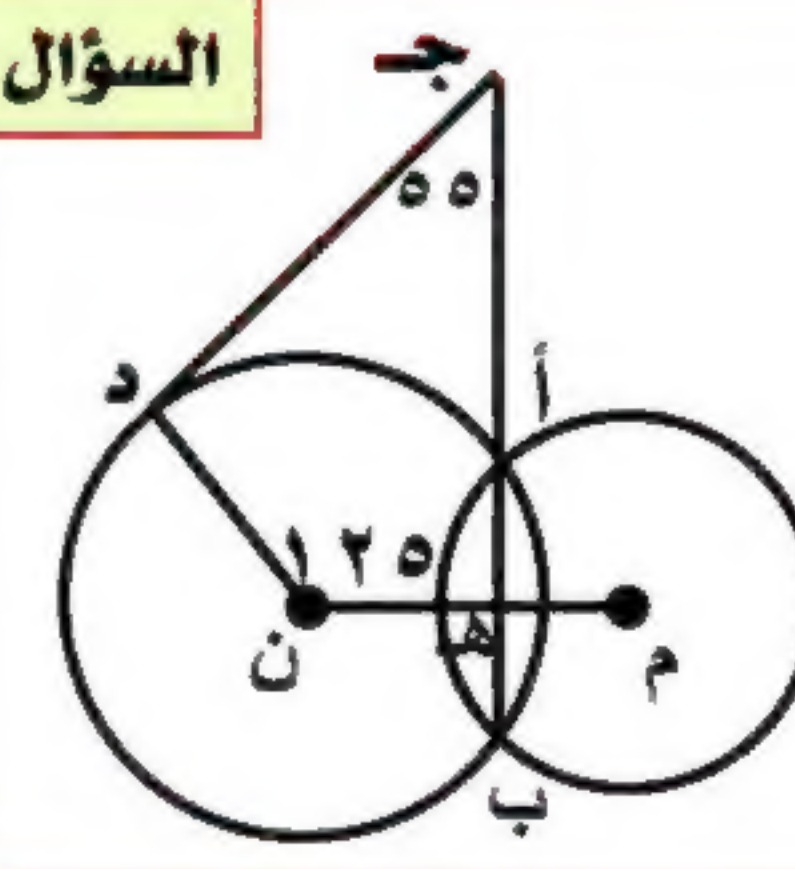
(أ) في الشكل المقابل:

أ ب ، أ ج وتران متساويان في الطول
 س منتصف أ ب ، ص منتصف أ ج
 ق (ج أ ب) = ٧٠
 (١) أوجد ق (د هـ)
 (٢) اثبت أن س د = ص هـ

السؤال الثالث (ب) في الشكل المقابل:



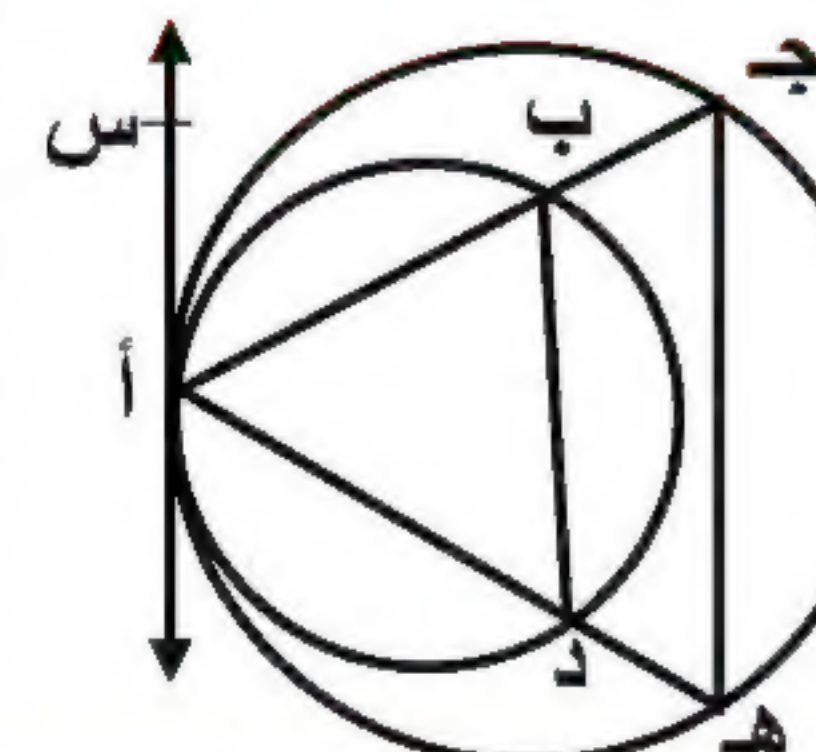
هـ \exists أ ب ،
 ق (أ ب) = ١١٠
 ق (ج ب هـ) = ٨٥
 أوجد: ق (ب د ج)



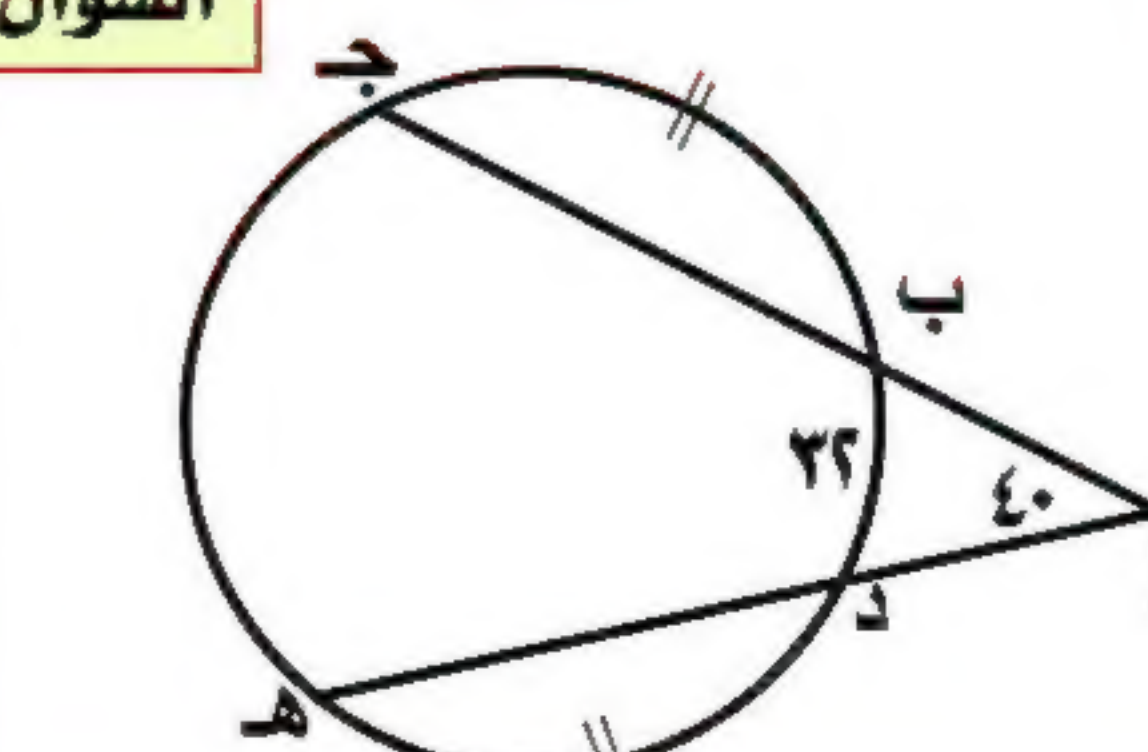
(أ) في الشكل المقابل:

م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب
 ق (م ن د) = ١٢٥
 ق (ب ج د) = ٥٥
 اثبت أن ج د مماس

السؤال الرابع (ب) في الشكل المقابل:



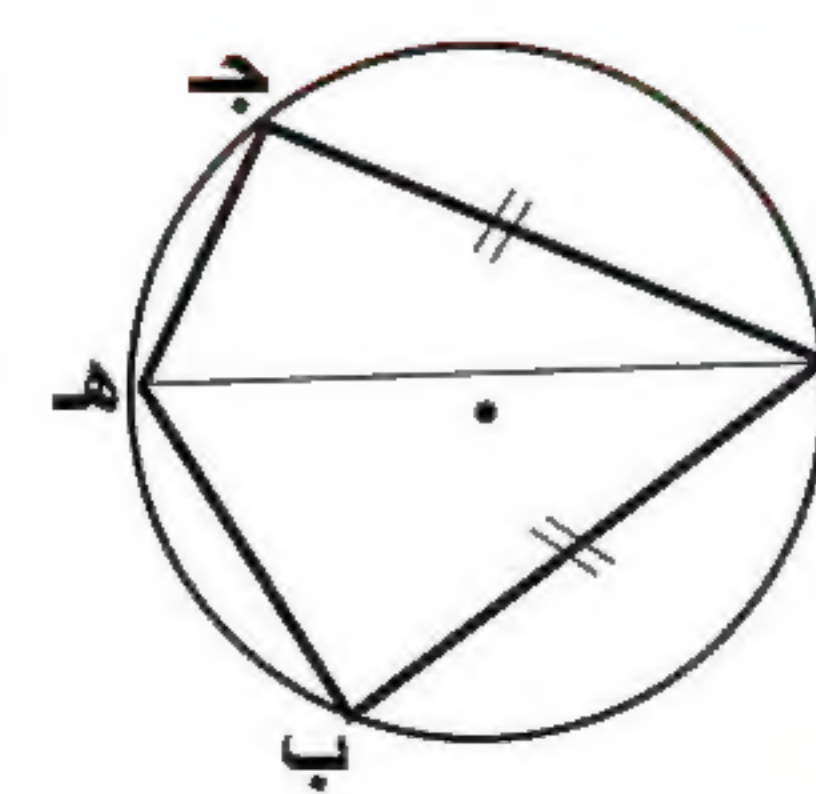
أ س مماس مشترك
 لدائرتين متماستين
 اثبت أن: ب د // ج هـ



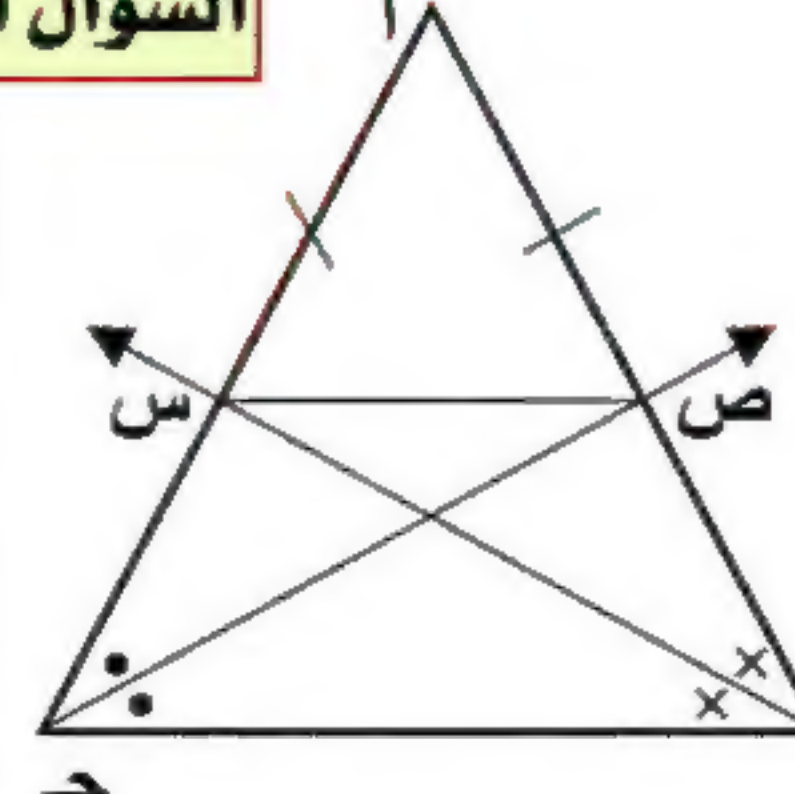
(أ) في الشكل المقابل:

ق (أ) = ٤٠
 ق (ب د) = ٣٢
 ق (ب ج) = ق (د هـ)
 أوجد: (١) ق (ج هـ)
 (٢) ق (ب ج)

السؤال الخامس (ب) في الشكل المقابل:



أ ب = أ ج
 هـ \exists ب ج
 اثبت أن:
 ق (أ هـ ب) = ق (أ هـ ج)



(أ) في الشكل المقابل:

أ ب = أ ج ، ب س ينصف ب
 ج ص ينصف ج
 اثبت أن:
 ١- ب ج س ص رباعي دائري
 ٢- ص س // ب ج

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة مما بين

١ عدد الدوائر التي تمر بثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة

- (أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

٢ إذا كانت الدائرتان م ، ن متماستين من الداخل وطول نصف قطر أحدهما ٣ سم ، م ن = ٨ سم فإن طول نصف قطر الأخرى =

- (أ) ٥ (ب) ٦ (ج) ١١ (د) ١٢

٣ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متحديتا المركز =

- (أ) صفر (ب) ٢ (ج) ١ (د) ٣

٤ في الشكل الرباعي الدائري كل زاويتين متقابلتين

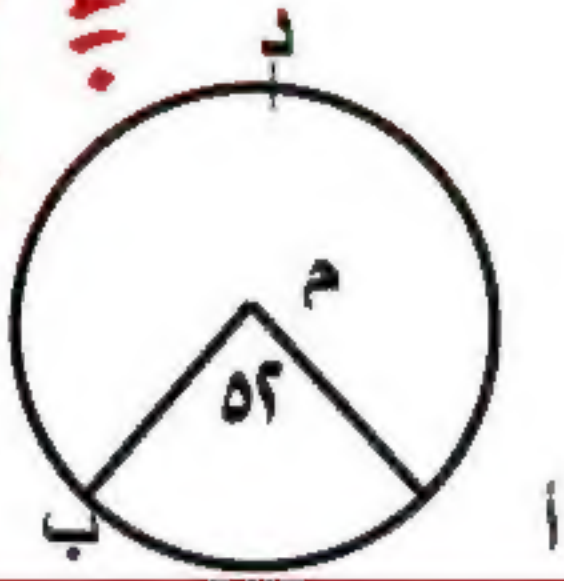
- (أ) متساويتان (ب) متكاملتان (ج) متبادلتان (د) متتامتان

٥ م ، ن دائرتان متقاطعتان وطولان نصف قطريهما ٥ سم ، ٢ سم فإن م ن = ٣

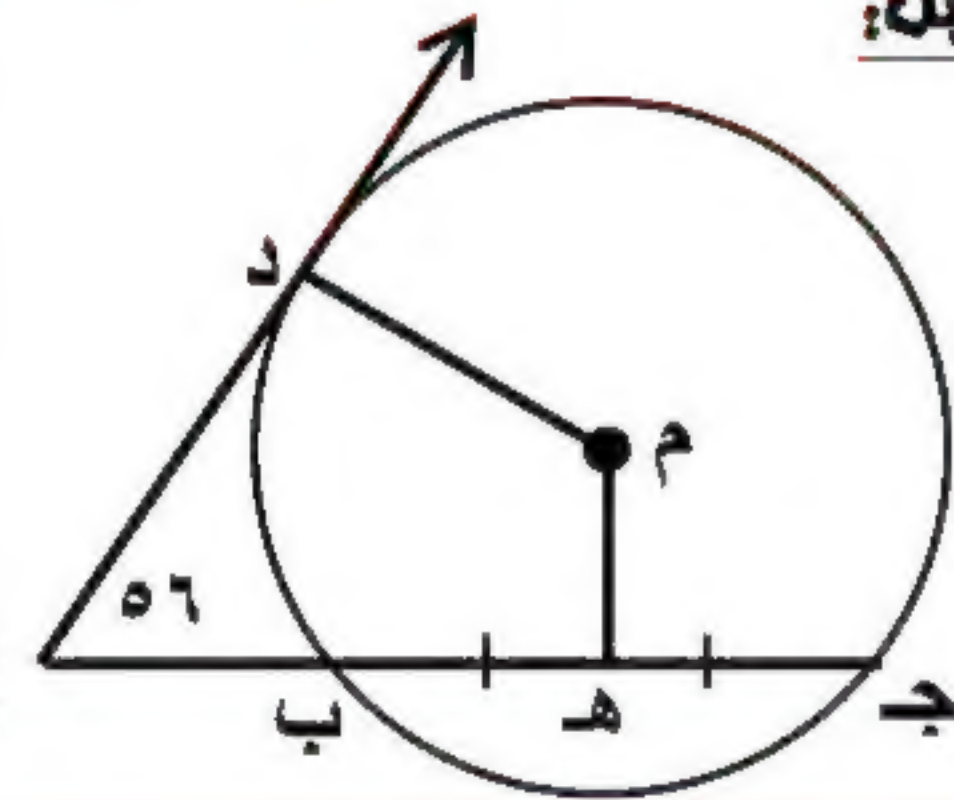
- (أ) [٧ ، ٣] (ب) [٧ ، ٣] (ج) [٧ ، ٣] (د) [٧ ، ٣]

٦ في الشكل المقابل: ق (أ م ب) = ٥٢° فإن ق (أ د ب) =

- (أ) ٥٢ (ب) ١٠٤ (ج) ١٢٨ (د) ٣٠٨

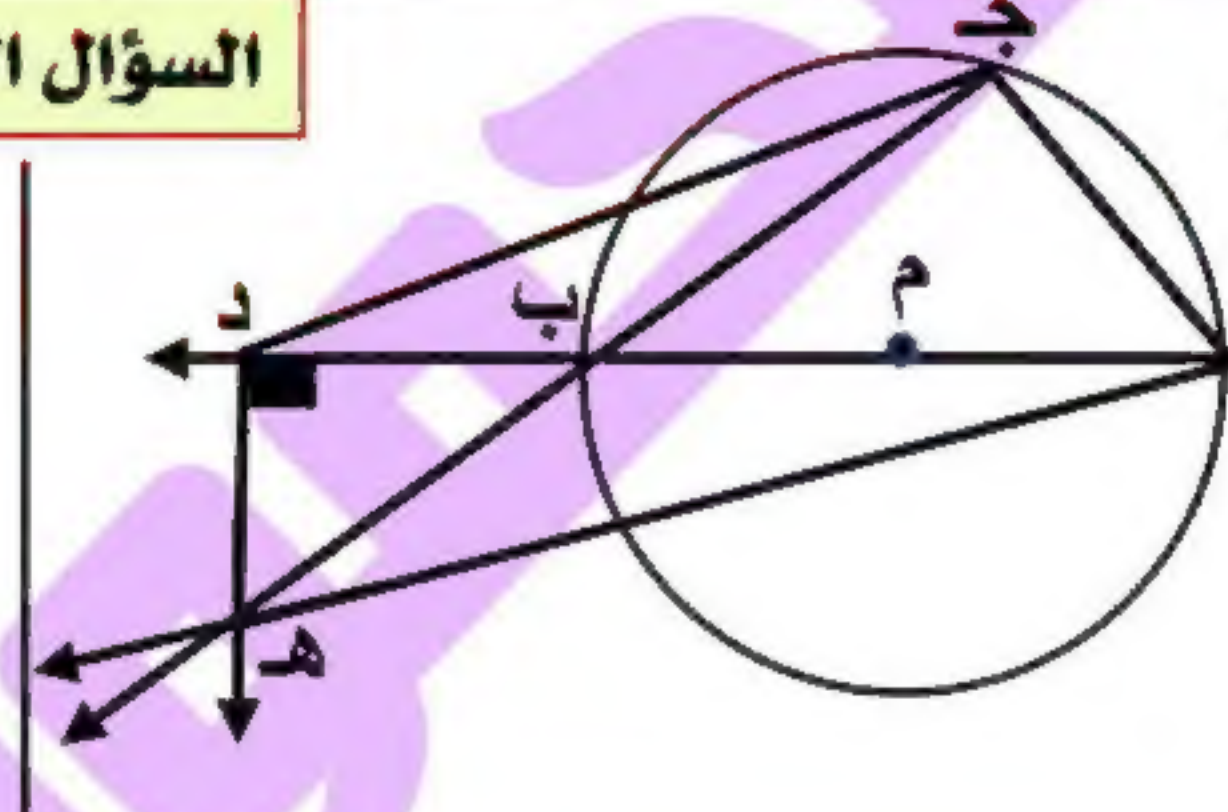


السؤال الثاني (ب) في الشكل المقابل:



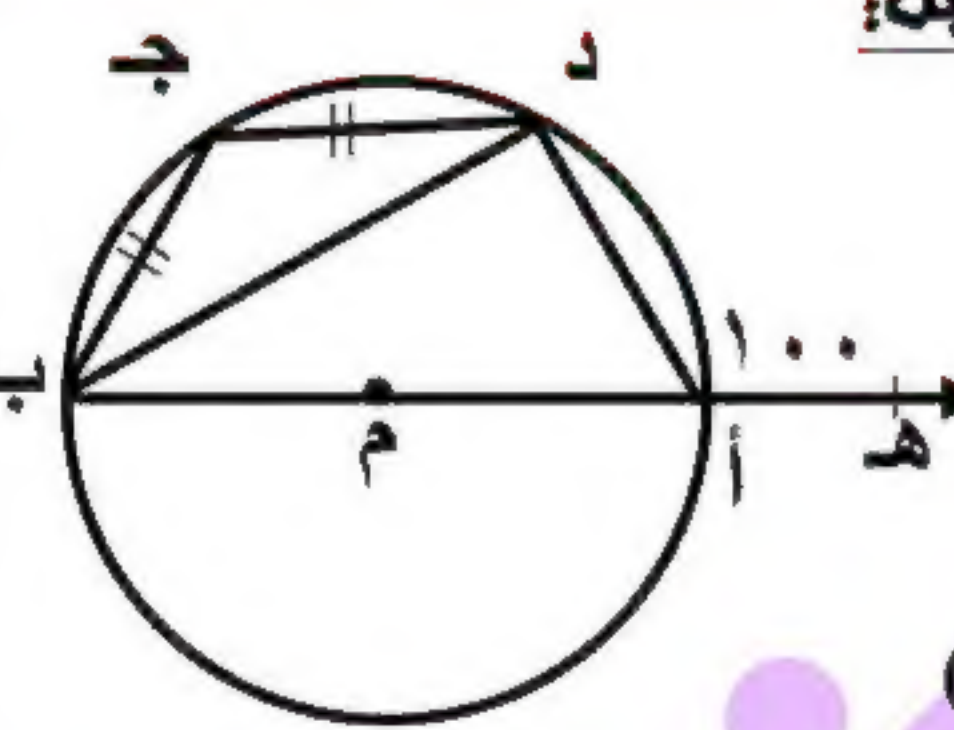
أ د مماس للدائرة عند د
هـ منتصف ب ج
ق (أ) = ٥٦°
أوجد ق (د م هـ)

(أ) في الشكل المقابل:



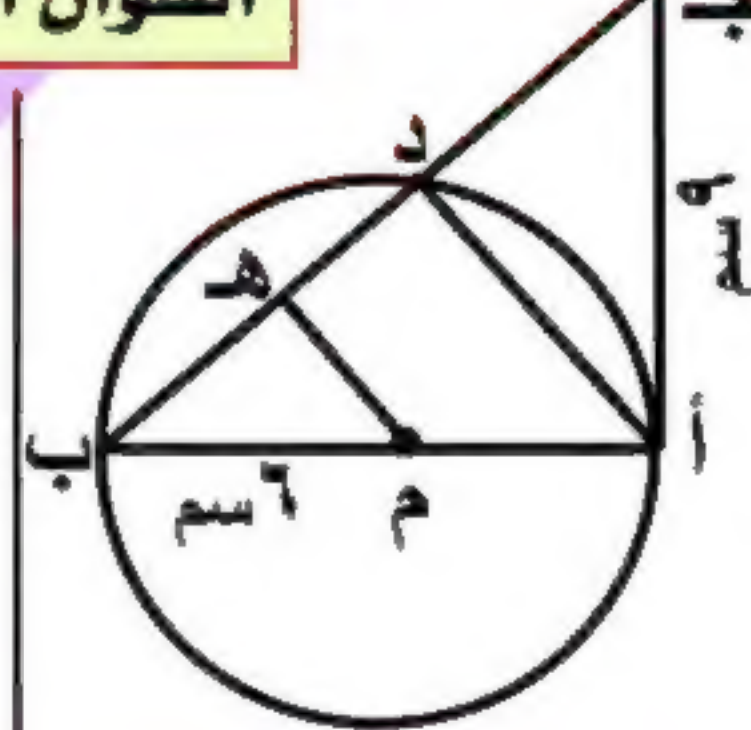
أ ب قطر في الدائرة
د هـ ⊥ أ ب
اثبت أن:
أ ج د هـ رباعي دائري

السؤال الثالث (ب) في الشكل المقابل:



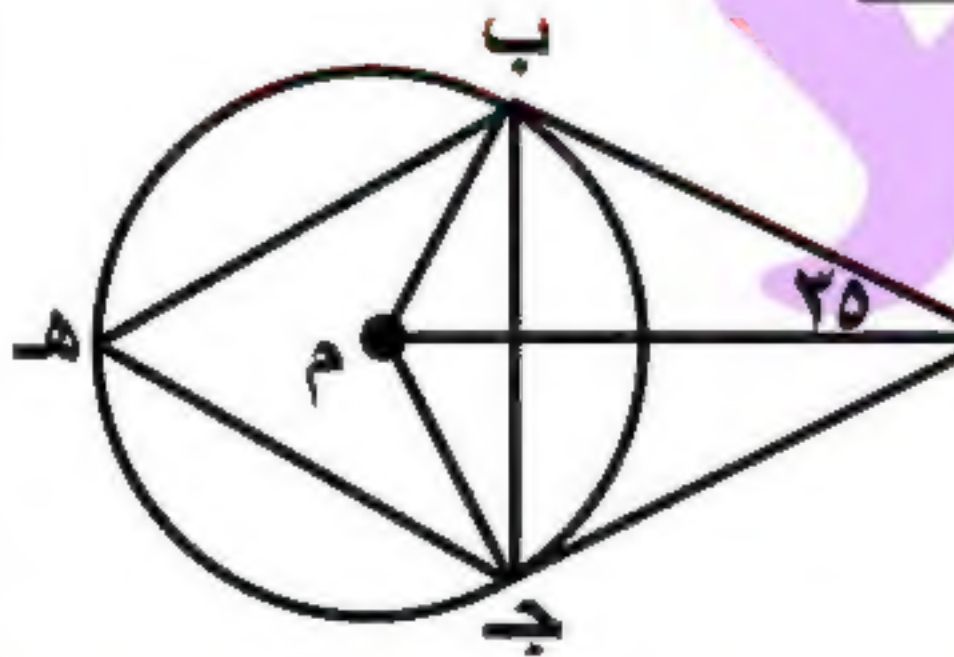
أ ب قطر في الدائرة م
ق (د أ هـ) = ١٠٠°
ج د = ج ب
أوجد بالخطوات: ق (أ د ج)

(أ) في الشكل المقابل:



أ ب قطر في الدائرة م ،
أ ج مماس لها عند أ
فإذا كان أ ج = ٩ سم ، ب م = ٦ سم
أوجد طول كل من ب ج ، أ د

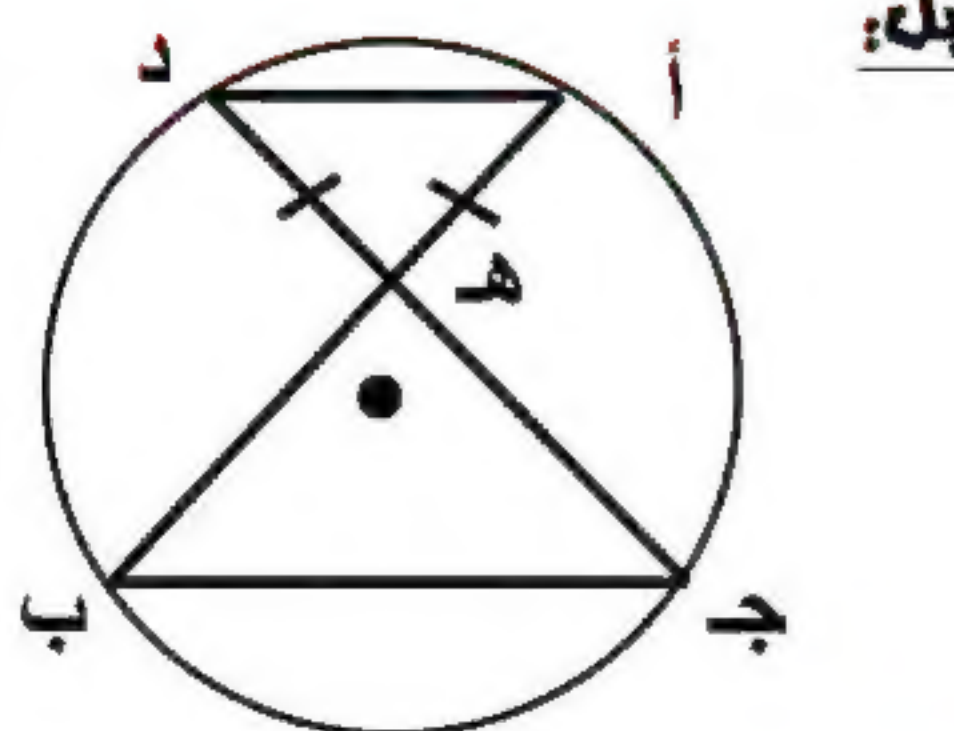
السؤال الرابع (ب) في الشكل المقابل:



أ ب ، أ ج قطعتان مماستان
ق (ب أ م) = ٢٥°
أوجد: (١) ق (ب م ج)
(٢) ق (ب هـ ج)

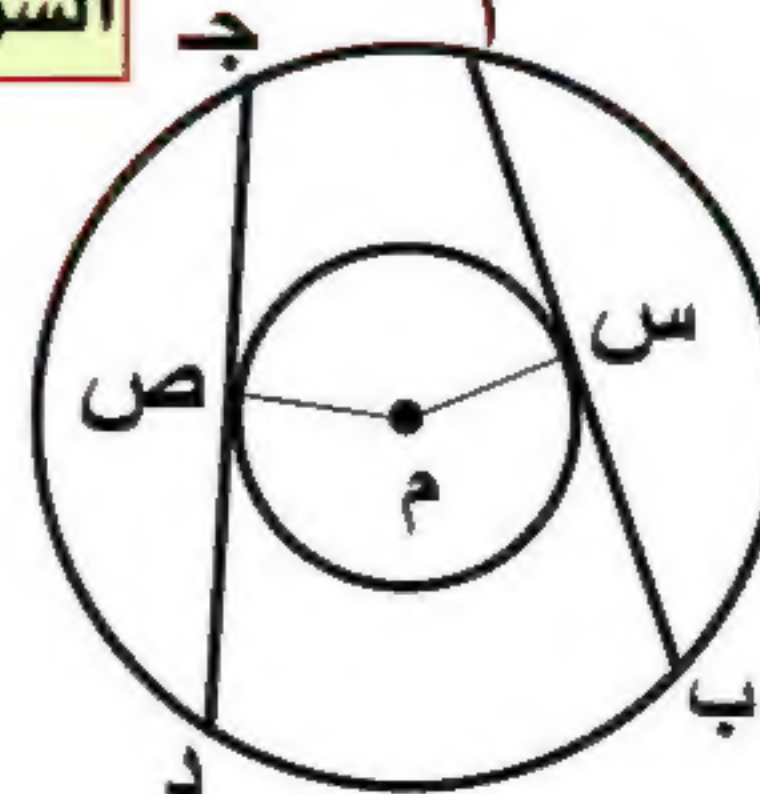
أوجد قياس القوس الذي يمثل $\frac{1}{6}$ الدائرة .
ثم احسب طول هذا القوس إذا كان طول
نصف قطر الدائرة ٧ سم .

السؤال الخامس (ب) في الشكل المقابل:



أ ب ∩ ج د = { هـ }
هـ أ = هـ د
اثبت أن: هـ ب = هـ ج

(أ) في الشكل المقابل:



دائرتان متحديتا المركز م
أ ب ، ج د مماسان للصغرى
اثبت أن: أ ب = ج د